

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2		X		
1.3				X
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6				X
1.7		X		
1.8	X			

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10				X
1.11			X	
1.12			X	

$$1.6. -x^2 + 3x + 4 = -(x^2 - 3x - 4) = -((x^2 + x) - 4x - 4) = -(x(x+1) - 4(x+1)) = (x-4)(x+1).$$

$$1.8. b_2 = 45 : (-3) = -15; b_1 = -15 : (-3) = 5.$$

$$1.9. \angle COB = 105^\circ - 63^\circ = 42^\circ.$$

$$1.11. \angle A = 90^\circ - 43^\circ = 47^\circ > 43^\circ. \text{ Оскільки } \angle A > \angle B, \text{ то } BC > AC.$$

Частина 2

2.1.	94
2.2.	(0; 4), (1; 3)

2.3.	2320 грн
2.4.	8 см

$$2.1. (\sqrt{2} - 3\sqrt{5})^2 + (\sqrt{2} + 3\sqrt{5})^2 = 2 - 6\sqrt{10} + 45 + 2 + 6\sqrt{45} + 45 = 94.$$

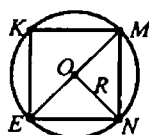
$$2.2. \begin{cases} y = x^2 - 2x + 4, \\ x + y = 4; \end{cases} \begin{cases} 4 - x = x^2 - 2x + 4, \\ y = 4 - x; \end{cases} \begin{cases} x^2 - x = 0, \\ y = 4 - x; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = 4; \end{cases} \text{ або } \begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = 3; \end{cases} (0; 4), (1; 3).$$

2.3. Через рік вкладник матиме: $10\,000 \cdot 1,1 = 11\,000$ гривень. Через два роки вкладник матиме: $11\,000 \cdot 1,12 = 12\,320$ гривень. Відсоткових грошей він матиме $12\,320 - 10\,000 = 2\,320$ (гривень).

$$2.4. \text{ За наслідком з теореми синусів маємо: } R = \frac{a}{2\sin\alpha} = \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{3}} =$$

$$4\sqrt{2} \text{ (см)}. \text{ З } \triangle NOM (\angle O = 90^\circ, OM = ON = R): MN = R\sqrt{2} =$$

$$4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 8 \text{ (см)}.$$



Частина 3

3.1. Нехай перше число a , а друге b . За умовою різниця половини одного числа $\left(\frac{a}{2}\right)$ і третини другого $\left(\frac{b}{3}\right)$ дорівнює 2. Перше рівняння: $\frac{a}{2} - \frac{b}{3} = 2$. Пер-

ше число зменшене на чверть дорівнює $a - \frac{a}{4} = \frac{3}{4}a$, а друге число зби-

льшене на його шосту частину — $b + \frac{b}{6} = \frac{7}{6}b$. Сума цих чисел дорівнює 53.

$$\text{Друге рівняння: } \frac{3}{4}a + \frac{7}{6}b = 53. \text{ Система: } \begin{cases} \frac{a}{2} - \frac{b}{3} = 2, \\ \frac{3}{4}a + \frac{7}{6}b = 53; \end{cases} \begin{cases} 3a - 2b = 12, \\ 9a + 14b = 636; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9a - 6b = 36, \\ 9a + 14b = 636; \end{cases} \begin{cases} 3a - 2b = 12, \\ 20b = 600; \end{cases} \begin{cases} a = 24, \\ b = 30. \end{cases}$$

Відповідь: 24 і 30.

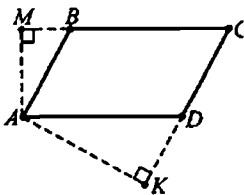
$$3.2. \frac{8x}{(x-2)^2} - \frac{(x+2)^2}{16} \left(\frac{1}{(x+2)^2} - \frac{2}{x^2-4} + \frac{1}{(x-2)^2} \right) =$$

$$= \frac{8x}{(x-2)^2} - \frac{(x+2)^2}{16} \left(\left(\frac{1}{x+2} \right)^2 - \frac{2}{(x-2)(x+2)} + \left(\frac{1}{x-2} \right)^2 \right) =$$

$$= \frac{8x}{(x-2)^2} - \frac{(x+2)^2}{16} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2} \right)^2 = \frac{8x}{(x-2)^2} - \frac{(x+2)^2}{16} \left(\frac{x-2-x-2}{(x+2)(x-2)} \right)^2 =$$

$$= \frac{8x}{(x-2)^2} - \frac{(x+2)^2}{16} \frac{(-4)^2}{(x+2)^2(x-2)^2} = \frac{8x}{(x-2)^2} - \frac{1}{(x-2)^2} = \frac{8x-1}{(x-2)^2}.$$

3.3. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, $\angle DAB : \angle ABC = 2 : 3$. Нехай $\angle DAB = 2x$, $\angle ABC = 3x$. За властивістю кутів паралелограма $2x + 3x = 180^\circ$; $5x = 180^\circ$; $x = 36^\circ$. Отже, $\angle DAB = 2 \cdot 36^\circ = 72^\circ$. $\angle KAB = 90^\circ$ ($AK \perp DC$, $DC \parallel AB$). $\angle KAD = \angle KAB - \angle DAB = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$. $\angle DAM = 90^\circ$ ($AM \perp BC$, $BC \parallel AD$). Отже, кут між висотами дорівнює: $\angle KAM = \angle KAD + \angle DAM = 18^\circ + 90^\circ = 108^\circ$.
Відповідь: 108° .



Частина 4

$$4.1. 7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9. \text{ Нехай } \left(x + \frac{1}{x}\right) = t, \text{ тоді } t^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 1;$$

$$7t - 2(t^2 - 2) = 9; -2t^2 + 7t - 5 = 0; t_1 = 2,5; t_2 = 1. \text{ Тепер:}$$

$$1) x + \frac{1}{x} = 2,5; \frac{x^2 - 2,5x + 1}{x} = 0; x_1 = 0,5; x_2 = 2;$$

$$2) x + \frac{1}{x} = 1; \frac{x^2 - x + 1}{x} = 0; x \in \emptyset. \text{ Звідси } x_1 = 0,5; x_2 = 2.$$

Відповідь: 0,5; 2.

4.2. Нехай ABC — заданий рівнобедрений трикутник, у якому $AB = BC = 2AC$, O — центр описаного кола, $R = OA = 8$ см, O_1 — центр вписаного кола. Нехай $AC = x$, тоді $AB = BC = 2x$.

Площа трикутника: $S = \frac{abc}{4R} = \frac{2x \cdot 2x \cdot x}{4 \cdot 8} = \frac{x^3}{8}$ (см²). BP —

висота рівнобедреного трикутника ABC . З $\triangle BPC$ ($\angle P = 90^\circ$):

$$H = BP = \sqrt{BC^2 - PC^2} = \sqrt{(2x)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{x\sqrt{15}}{2} \text{ (см)}. \text{ Площа трикутника:}$$

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BP = \frac{1}{2} x \cdot \frac{x\sqrt{15}}{2} = \frac{x^2\sqrt{15}}{4} \text{ (см}^2\text{)}. \text{ Маємо: } \frac{x^3}{8} = \frac{x^2\sqrt{15}}{4}, \text{ звідки}$$

$$x = 2\sqrt{15} \text{ (см)}. \text{ Отже, площа трикутника } ABC: S = \frac{(2\sqrt{15})^2}{4} \sqrt{15} = 15\sqrt{15} \text{ (см}^2\text{)},$$

$$\text{півпериметр: } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{2x+2x+x}{2} = \frac{5}{2}x = \frac{5}{2} \cdot 2\sqrt{15} = 5\sqrt{15} \text{ (см)}. \text{ Щоб}$$

знайти радіус вписаного кола, використаємо формулу: $S = p \cdot r$, звідки $r = \frac{S}{p}$.

$$\text{Отже, } r = \frac{15\sqrt{15}}{5\sqrt{15}} = 3 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 3 см.

