ВАРІАНТ №10

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2		X		
1.3			X	
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6		X		
1.7				X
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10	X			
1.11		X		
1.12			X	

1.1. $36 : 0{,}25 = 144$ (см).

1.2. $7-(-4)=11$.

1.4. $\frac{x}{6}-\frac{x}{10}=\frac{2}{15}\Big|\cdot30;\ 5x-3x=4;\ 2x=4;\ x=2.$

1.5. $x^2+3x+2=0;\ x^2+x+2x+2=0;\ x(x+1)+2(x+1)=0;\ (x+1)(x+2)=0.$ Менший корінь дорівнює -2.

1.6. $\frac{a^2-1}{5a+5}=\frac{(a-1)(a+1)}{5(a+1)}=\frac{a-1}{5}.$

1.7. $q=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}.$

1.8. $12<8x-4\le12;\ -12+4<8x\le12+4;\ -8<8x\le16;\ -1<x\le2.$ Цілими розв'язками нерівності є числа 0, 1, 2 — усього 3 цілих розв'язки.

1.9. $\angle AOC=2\angle ABC=2\cdot40°=80°.$

1.10. $\frac{20}{2}\cdot6=60$ (см²).

1.11. $\overline{MN}=\overline{(-1-3;-3-(-2))}=\overline{(-4;-1)};\ \left|\overline{MN}\right|=\sqrt{(-4)^2+(-1)^2}=\sqrt{17}.$

1.12. За теоремою косинусів отримаємо: $8^2=7^2+5^2-2\cdot7\cdot5\cos\angle A$;

$70\cos\angle A=10;\ \cos\angle A=\frac{1}{7}.$

Частина 2

2.1.	$\frac{16}{b^2}$	2.3.	-1
2.2.	$\sqrt{3}$	2.4.	15 см

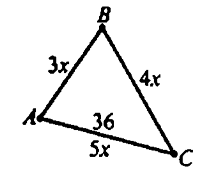
2.1. $\left(\frac{3a^{-3}}{4b^{-2}}\right)^{-2}\cdot9a^{-6}b^2=\left(\frac{3}{4}a^{-3}b^2\right)^{-2}\cdot9a^{-6}b^2=\frac{16}{9}a^6b^{-4}\cdot9a^{-6}b^2=16b^{-2}=\frac{16}{b^2}.$

2.2. $1{,}5\sqrt{12}+\frac{1}{3}\sqrt{27}-0{,}6\sqrt{75}=1{,}5\cdot2\sqrt{3}+\frac{1}{3}\cdot3\sqrt{3}-0{,}6\cdot5\sqrt{3}=3\sqrt{3}+\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}.$

2.3. $12+4x-x^2>0;\ x^2-4x-12<0;\ (x-6)(x+2)<0;\ x\in(-2;\ 6).$

Найменшим цілим розв'язком нерівності є число -1.

2.4. Нехай найбільша сторона $5x$, тоді $3x+4x+5x=36$; $12x=36$; $x=3$ (см). Отже, найбільша сторона трикутника дорівнює $5x=5\cdot3=15$ (см).



Частина 3

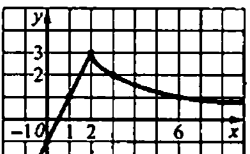
3.1. Нехай перший оператор набирає щогодини x сторінок рукопису, тоді другий — $(x-1)$ сторінок. 120 сторінок перший оператор набере за $\frac{120}{x}$ год, а другий 100 сторінок за $\frac{100}{x-1}$ год. Рівняння:

$$\frac{120}{x}+1=\frac{100}{x-1};\ \frac{120(x-1)+x(x-1)-100x}{x(x-1)}=0;\ \frac{x^2+19x-120}{x(x-1)}=0;\ x_1=-24,\ x_2=5.$$

$x_1=-24$ — не задовольняє умову задачі. $x_2=5,\ (x_2-1)=5-1=4.$

Відповідь: 5 с. і 4 с.

3.2. Графік функції $\begin{cases}2x-1, \text{ якщо } x<2,\\ \frac{6}{x}, \text{ якщо } x\ge2\end{cases}$ складається з частини гіперболи $y=\frac{6}{x}$ для $x\ge2$ та частини прямої $y=2x-1$ для $x<2$.

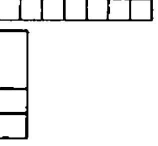


	$y=2x-1$		$y=\frac{6}{x}$		
x	1	0	2	3	6
y	1	-1	3	2	1

Область значень функції $(-\infty;3]$.

3.3. Нехай BAC — заданий прямокутний трикутник ($\angle A=90°$), CP — бісектриса, $AP=3$ см, $PB=5$ см. Бісектриса кута трикутника ділить протилежну сторону на відрізки, пропорційні двом іншим сторонам: $AC:BC=AP:PB=3:5$. Нехай $AC=3x$ см, тоді $BC=5x$ см. За теоремою Піфагора $BC^2=AB^2+AC^2$; $25x^2=(3+5)^2+9x^2$; $16x^2=64$; $x^2=4$; $x_1=2$, $x_2=-2$ — не підходить. Отже, $AC=3\cdot2=6$ (см). Тоді

$S=\frac{1}{2}AC\cdot AB=\frac{1}{2}\cdot6\cdot8=24$ (см²).



Відповідь: 24 см².

Частина 4

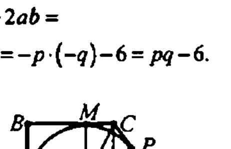
4.1. За наслідком з теореми Вієта матимемо: $ab=1$, $a+b=-p$, $bc=2$, $b+c=-q$.

$(b-a)(b-c)=b^2-cb-ab+ac=b^2+cb+ab+ac-2cb-2ab=$

$=b(b+c)+a(b+c)-2\cdot cb-2\cdot ab=(b+a)(b+c)-2\cdot2-2\cdot1=-p\cdot(-q)-6=pq-6.$

Що й треба було довести.

4.2. Нехай $ABCD$ — задана прямокутна трапеція, O — центр вписаного кола, $OC=3$ см, $OD=9$ см. $OP=OM=OK=r$. З ΔOPC ($\angle P=90°$):



$CP=\sqrt{OC^2-OP^2}=\sqrt{3^2-r^2}=\sqrt{9-r^2}$. Аналогічно з ΔOPD ($\angle P=90°$): $PD=\sqrt{OD^2-OP^2}=\sqrt{9^2-r^2}=$ $=\sqrt{81-r^2}$. $CM=CP$ і $PD=KD$ як відрізки дотичних до кола, проведені з однієї точки. $CN\perp AD$, $MC=KN$ і $ND=KD-KN=$ $=PD-PC=\sqrt{81-r^2}-\sqrt{9-r^2}$. З ΔCND ($\angle N=90°$) за теоремою Піфагора:

$ND^2+CN^2=CD^2;\ \left(\sqrt{81-r^2}-\sqrt{9-r^2}\right)^2+(2r)^2=\left(\sqrt{81-r^2}+\sqrt{9-r^2}\right)^2;$

$81-r^2-2\sqrt{81-r^2}\sqrt{9-r^2}+9-r^2+4r^2=81-r^2+2\sqrt{81-r^2}\sqrt{9-r^2}+9-r^2;$

$4r^2-2\sqrt{81-r^2}\sqrt{9-r^2}=2\sqrt{81-r^2}\sqrt{9-r^2};\ r^2=\sqrt{(81-r^2)(9-r^2)};$

$r^4=9\cdot81-90r^2+r^4;\ r^2=\frac{9\cdot81}{90}=\frac{81}{10};\ r=\frac{9}{\sqrt{10}}=0{,}9\sqrt{10}$ (см). Тоді

$CP=\sqrt{9-\frac{81}{10}}=\sqrt{\frac{9}{10}}=0{,}3\sqrt{10}$ (см). $PD=\sqrt{81-\frac{81}{10}}=\frac{27}{\sqrt{10}}=2{,}7\sqrt{10}$ (см), звідки $CD=CP+PD=0{,}3\sqrt{10}+2{,}7\sqrt{10}=3\sqrt{10}$ (см). Оскільки в трапецію вписано коло, то $AB+CD=BC+AD$, тому

$P=2(AB+CD)=2\left(2\cdot0{,}9\sqrt{10}+3\sqrt{10}\right)=$

$=9{,}6\sqrt{10}$ (см).

Відповідь: $9{,}6\sqrt{10}$ см.