ВАРІАНТ №14

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2			X	
1.3	X			
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6		X		
1.7			X	
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10	X			
1.11				X
1.12				X

1.2. $96 \cdot 0{,}06 = 5{,}76$ (кг).

1.3. Якщо $x = -2$, то $y = \dfrac{-2}{2\cdot(-2)+1} = \dfrac{-2}{-3} = \dfrac{2}{3}$.

1.4. $2x^3 - 8x = 2x(x^2 - 4) = 2x(x-2)(x+2)$.

1.5. $\dfrac{\sqrt{21}\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = 7$.

1.6. $\dfrac{x^2-16}{x-4} = 0; \dfrac{(x-4)(x+4)}{x-4} = 0;$ $\begin{cases}(x-4)(x+4)=0,\\ x-4\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1 = 4, x_2 = -4,\\ x\neq 4;\end{cases}$ $x = -4$.

1.8. $2x^2 - x + 1 \le 0$; $D = 1 - 8 = -7 < 0$ — нерівність розв'язків не має.

1.9. Оскільки $\angle A = \angle C$, то $AB = BC = 7$ (см). $P = 7 + 7 + 5 = 19$ (см).

1.10. $12\cdot\cos 30^\circ = 12\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ (см).

1.12. $\dfrac{a}{2} = 2\sqrt{3} : \mathrm{tg}\,30^\circ$; $a = 4\sqrt{3} : \dfrac{\sqrt{3}}{3}$; $a = 12$ (см); $P = 3\cdot 12 = 36$ (см).

Частина 2

2.1.	0,4
2.2.	2

2.3.	$[3; +\infty)$
2.4.	$-2; 2$

2.1. $\left(\dfrac{2x+1}{x-3}+\dfrac{2x-1}{x+3}\right)\cdot\dfrac{x^2-9}{10x^2+15} = \dfrac{(2x+1)(x+3)+(2x-1)(x-3)}{x^2-9}\cdot\dfrac{x^2-9}{10x^2+15} =$

$$\frac{2x^2+6x+x+3+2x^2-6x-x+3}{10x^2+15} = \frac{4x^2+6}{10x^2+15} = \frac{2(2x^2+3)}{5(2x^2+3)} = \frac{2}{5} = 0{,}4.$$

2.2. $(x-3)(x+3) - 4x \le (x-1)^2 - 5$; $x^2 - 9 - 4x \le x^2 - 2x + 1 - 5$; $-2x \le 5$; $x \ge -2{,}5$; Найменший цілий розв'язок нерівності $x = -2$.

2.3. $y = -\dfrac{1}{2}x^2 + 3x$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вниз.

Абсциса її вершини: $x_в = \dfrac{-3}{2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)} = 3$. Функція спадає на проміжку $[3; +\infty)$.

2.4. Вектори $\vec{a}\,(2m; -1)$ і $\vec{b}\,(-8; m)$ будуть колінеарними, якщо їх відповідні координати будуть пропорційними: $\dfrac{2m}{-8} = \dfrac{-1}{m}$; $2m^2 = 8$; $m^2 = 4$. $m_1 = -2$, $m_2 = 2$.

Частина 3

3.1. Нехай $2x - 4$ — найменше з шуканих парних натуральних чисел, тоді за умовою маємо рівняння: $(2x-4)^2 + (2x-2)^2 + (2x)^2 = (2x+2)^2 + (2x+4)^2$;

$4(x-2)^2 + 4(x-1)^2 + 4x^2 = 4(x+1)^2 + 4(x+2)^2$;

$(x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 = (x+1)^2 + (x+2)^2$;

$x^2 - 4x + 4 + x^2 - 2x + 1 + x^2 = x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4$; $x^2 - 12x = 0$;

$x_1 = 0, x_2 = 12$. $x_1 = 0$ — не задовольняє умову задачі, $x_2 = 12$. Отже найменше з шуканих чисел $2\cdot 12 - 4 = 20$, а решта чисел: 22; 24; 26; 28.

Відповідь: 20; 22; 24; 26; 28.

3.2. $\left(\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right) : \left(\sqrt{x}+\sqrt{y} - \dfrac{2\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right) =$

$$= \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)+\sqrt{y}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)} : \frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2 - 2\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} =$$

$$= \frac{x - \sqrt{xy} + \sqrt{xy} + y}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}\cdot\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x + 2\sqrt{xy} + y - 2\sqrt{xy}} = \frac{(x+y)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)(x+y)} = \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

3.3. Точки A, B і C лежатимуть на одній прямій, якщо вектори $\overline{AB}$ і $\overline{AC}$ будуть колінеарними. $\overline{AB} = \overline{(-3-2; 5-3)} = \overline{(-5; 2)}$; $\overline{AC} = \overline{(a-2; 9-3)} = \overline{(a-2; 6)}$.

$\dfrac{-5}{a-2} = \dfrac{2}{6}$; $a - 2 = -15$; $a = -13$.

Відповідь: -13.

Частина 4

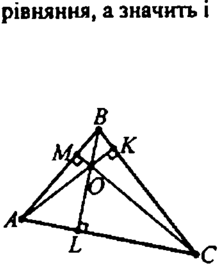
4.1. $\begin{cases}x+y+xy=7,\\ x^2+y^2+xy=13;\end{cases}$ $\begin{cases}x+y+xy=7,\\ (x+y)^2 - xy = 13;\end{cases}$ $\begin{cases}x+y+xy=7,\\ (x+y)^2+(x+y)=20;\end{cases}$ $\begin{cases}x+y+xy=7,\\ (x+y)^2+(x+y)-20=0.\end{cases}$

1) $\begin{cases}x+y+xy=7,\\ x+y=4;\end{cases}$ $\begin{cases}xy=3,\\ x+y=4;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=1,\\ y_1=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=3,\\ y_2=1.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x+y+xy=7,\\ x+y=-5;\end{cases}$ $\begin{cases}xy=12,\\ x+y=-5;\end{cases}$

$\begin{cases}x(-5-x)=12,\\ y=-5-x;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+5x+12=0,\\ y=-5-x;\end{cases}$ $D = 25 - 48 < 0$. Отже, рівняння, а значить і система, розв'язків немає.

Відповідь: (1; 3), (3; 1).

4.2. Нехай ABC — заданий трикутник, у якому AK, CM і BL — висоти, до того ж, $h_1 = AK = 12$ см, $h_2 = BL = 15$ см, $h_3 = CM = 20$ см. Позначимо $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Очевидно, що $ah_1 = bh_2 = ch_3$,



$12a = 15b = 20c$. Звідси маємо, що $c = \dfrac{12}{20}a = \dfrac{3}{5}a$;

$b = \dfrac{12}{15}a = \dfrac{4}{5}a$. Одержимо: $c^2 + b^2 = \left(\dfrac{3}{5}a\right)^2 + \left(\dfrac{4}{5}a\right)^2 = \left(\dfrac{9}{25}+\dfrac{16}{25}\right)a^2 = a^2$. Оскільки для трикутника ABC виконується співвідношення $a^2 = b^2 + c^2$, то заданий трикутник — прямокутний.