ВАРІАНТ №15

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2				X
1.3			X	
1.4				X

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6	X			
1.7		X		
1.8	X			

	А	Б	В	Г
1.9	X			
1.10			X	
1.11		X		
1.12			X	

1.2. $\left(6\frac{1}{4}-8\right):(-0,5)=(6,25-8):(-0,5)=-1,75:(-0,5)=3,5.$

1.4. $|x|+4=17$; $|x|=13$; $x=-13$ або $x=13$.

1.5. $D=81+4\cdot2\cdot26>0$ — отже, рівняння має два корені.

1.6. $\frac{x-1}{3x+12}+\frac{2-x}{2x+8}=\frac{x-1^{\backslash2}}{3(x+4)}+\frac{2-x^{\backslash3}}{2(x+4)}=\frac{2x-2+6-3x}{6(x+4)}=\frac{4-x}{6(x+4)}.$

1.8. $\begin{cases}x-3,5>5,\\ \frac{x}{2}\ge6;\end{cases}$ $\begin{cases}x>8,5,\\ x\ge12;\end{cases}$ $x\in[12;+\infty)$. Найменшим цілим розв'язком системи нерівностей є число 12.

1.10. $S=6^2\sin30°=36\cdot\frac{1}{2}=18$ (см²).

1.11. $\vec{a}\vec{b}=\sqrt{2}\cdot4\cdot\cos135°=4\sqrt{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-4.$

1.12. За теоремою синусів маємо:

$\frac{7\sqrt{2}}{\sin45°}=\frac{AB}{\sin30°}$; $\frac{7\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{AB}{\frac{1}{2}}$; $2AB=14$; $AB=7$ (дм).

Частина 2

2.1.	$4,34\cdot10^{11}$
2.2.	$5a^3\sqrt{a}$

2.3.	[0; 4]
2.4.	–5, 1

2.1. $4,7\cdot10^{11}-3,6\cdot10^{10}=10^{10}\cdot(4,7\cdot10-3,6)=10^{10}\cdot(47-3,6)=10^{10}\cdot43,4=4,34\cdot10^{11}.$

2.2. $\sqrt{25a^7}=\sqrt{25\cdot a^6\cdot a}=5a^3\sqrt{a}.$

2.3. $3x(x-2)+1\le(x+1)^2.$ $3x^2-6x+1\le x^2+2x+1$; $2x^2-8x\le0$; $2x(x-4)\le0$; $x\in[0;4]$.

2.4. $AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}=\sqrt{(-3-1)^2+(y+2)^2}=5$; $16+(y+2)^2=25$; $(y+2)^2=9$; $y+2=\pm3$; $y_1=1$, $y_2=-5$.

Частина 3

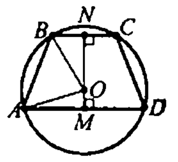
3.1. Оскільки через дві години перший автомобіль проїхав на 20 км більше, то щогодини він випереджає другий автомобіль на 10 км. Якщо швидкість першого — x км/год, то швидкість другого — $(x-10)$ км/год. За умовою всю відстань 180 км, перший автомобіль проїхав на 15 хв $=\frac{1}{4}$ год швидше, тому рівняння: $\frac{180}{x-10}-\frac{180}{x}=\frac{1}{4}$; $\frac{4\cdot180\cdot x-4\cdot180(x-10)-x(x-10)}{4x(x-10)}=0$;

$\frac{-x^2+10x+7200}{4x(x-10)}=0$; $\frac{x^2-10x-7200}{4x(x-10)}=0$; $x_1=-80$ — не задовольняє умову задачі; $x_2=90$. Тоді $90-10=80$ (км/год) — швидкість другого автомобіля.

Відповідь: 90 км/год і 80 км/год.

3.2. Розглянемо функцію $a(n)=n^2-12n+17$ на множині натуральних чисел. Графіком цієї функції є точки параболи з натуральними абсцисами направленої вітками вгору з вершиною в точці з абсцисою $n_в=\frac{12}{2\cdot1}=6$. У цій точці досягається мінімальне значення даної функції $a(6)=6^2-12\cdot6+17=-19$.

Відповідь: $a_6=-19$.



3.3. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD\parallel BC$, $AB=CD$), MN — висота, $MN=14$ см, $AD=16$ см, $BC=12$ см. $AO=BO=R$. Оскільки трапеція рівнобедрена, то $AM=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\cdot16=8$ (см), $BN=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\cdot12=6$ (см). $MN=MO+ON=14$ (см). З ΔAOM ($\angle M=90°$): $OM=\sqrt{AO^2-AM^2}=\sqrt{R^2-8^2}=\sqrt{R^2-64}$. З ΔBON ($\angle N=90°$): $ON=\sqrt{BO^2-BN^2}=\sqrt{R^2-6^2}=\sqrt{R^2-36}$.

Тоді $\sqrt{R^2-64}+\sqrt{R^2-36}=14$; $\sqrt{R^2-64}=14-\sqrt{R^2-36}$;

$R^2-64=196-28\sqrt{R^2-36}+R^2-36$; $28\sqrt{R^2-36}=224$; $\sqrt{R^2-36}=8$; $R^2-36=64$; $R^2=100$; $R=10$ см. Тоді $C=2\pi R$; $C=2\pi\cdot10=20\pi$ (см).

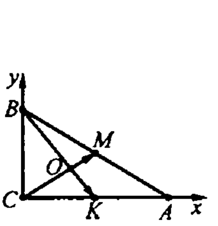
Відповідь: 20π см.

Частина 4

4.1. $\frac{a^2+4}{a\sqrt{\left(\frac{a^2-4}{2a}\right)^2+4}}=\frac{a^2+4}{a\sqrt{\frac{\left(a^2-4\right)^2+16a^2}{(2a)^2}}}=\frac{a^2+4}{a\sqrt{\frac{a^4-8a^2+16+16a^2}{(2a)^2}}}=$

$=\frac{a^2+4}{a\sqrt{\frac{\left(a^2+4\right)^2}{(2a)^2}}}=\frac{a^2+4}{a\frac{\left|a^2+4\right|}{|2a|}}=\frac{|2a|}{a}=\frac{2|a|}{a}=\begin{cases}2, & \text{якщо } a>0;\\ -2, & \text{якщо } a<0.\end{cases}$

Відповідь: $\begin{cases}2, & \text{якщо } a>0;\\ -2, & \text{якщо } a<0.\end{cases}$



4.2. На катетах CB і CA трикутника ABC побудуємо систему координат. Тоді координати вершин трикутника: $A\left(2\sqrt{2};0\right)$, $B(0;2)$, $C(0;0)$. Координати точки M знайдемо, врахувавши, що точка M є серединою відрізка AB, тому $x_M=\frac{2\sqrt{2}+0}{2}=\sqrt{2}$; $y_M=\frac{0+2}{2}=1$. Отже, $M\left(\sqrt{2};1\right)$. Точка K є серединою відрізка CA, тому $x_K=\frac{2\sqrt{2}+0}{2}=\sqrt{2}$; $y_K=\frac{0+0}{2}=0$. Отже, $K\left(\sqrt{2};0\right)$. Знайдемо координати векторів: $\overline{BK}=\left(\sqrt{2}-0;0-2\right)=\left(\sqrt{2};-2\right)$; $\overline{CM}=\left(\sqrt{2}-0;1-0\right)=\left(\sqrt{2};1\right)$. Знайдемо скалярний добуток векторів $\overline{CM}$ і $\overline{BK}$: $\overline{CM}\cdot\overline{BK}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}+(-2)\cdot1=2-2=0$. Оскільки $\overline{CM}\cdot\overline{BK}=0$, то $\overline{CM}\perp\overline{BK}$ і $CM\perp BK$.