ВАРІАНТ №19

Частина 1

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
1.1			X		1.5	X				1.9		X		
1.2		X			1.6			X		1.10			X	
1.3				X	1.7	X				1.11			X	
1.4		X			1.8				X	1.12			X	

1.2. У коробці всього $5 + 4 + 3 = 12$ кульок, з них не червоних — $4 + 3 = 7$ кульок. Тоді шукана ймовірність дорівнює $\frac{7}{12}$.

1.4. $(a+2)(a^2-2a+4)-8 = a^3+8-8 = a^3$.

1.5. $\frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$.

1.6. $\frac{16\cdot 2^3}{2^3\cdot(-2)^4} = \frac{2^4\cdot 2^3}{2^3\cdot 2^4} = 2$.

1.7. $20 \cdot 0{,}15 = 3$ (кг).

1.10. Сторона квадрата дорівнює $6 \cdot 2 = 12$ (см), тоді його діагональ дорівнює $12\sqrt{2}$ (см).

1.11. $x' = -2 - 2 = -4$; $y' = 3 + 1 = 4$. Отже, $A'(-4; 4)$.

1.12. $\pi r^2 = 36\pi$; $r^2 = 36$; $r = 6$ (см).

Частина 2

2.1.	$\frac{1}{m-3}$		2.3.	9
2.2.	$x \in (1; 2]$		2.4.	115°

2.1. $\frac{1}{m-4} - \frac{m+4}{m^2-6m+9} : \frac{m^2-16}{m-3} = \frac{1}{m-4} - \frac{(m+4)(m-3)}{(m-3)^2(m-4)(m+4)} =$

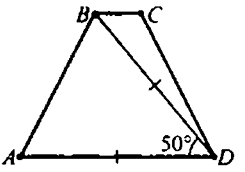
$= \frac{1}{m-4} - \frac{1}{(m-3)(m-4)} = \frac{m-3-1}{(m-3)(m-4)} = \frac{m-4}{(m-3)(m-4)} = \frac{1}{m-3}$.

2.2. $\begin{cases}(x-2)(x+1)-2x \ge (x-3)(x+3)+1, \\ \frac{x+2}{3} > \frac{5-x}{4};\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+x-2x-2-2x \ge x^2-9+1, \\ 4(x+2) > 3(5-x);\end{cases}$

$\begin{cases}x^2-3x-2 \ge x^2-8, \\ 4x+8 > 15-3x;\end{cases}$ $\begin{cases}-3x+6 \ge 0, \\ 7x-7 > 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x \le 2, \\ x > 1.\end{cases}$ $x \in (1; 2]$.

2.3. $y = 6x - x^2$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вниз. Координати її вершини: $x_в = -\frac{6}{-2} = 3$; $y_в = y(3) = 6\cdot 3 - 3^2 = 9$. Найбільше значення функції дорівнює 9.

2.4. $BD = AD$, $\angle BDA = 50°$. Тоді $\angle CBD = 50°$, бо $BC \parallel AD$, BD — січна. З ΔABD $\angle BAD = \angle ABD = \frac{180°-50°}{2} = 65°$. $\angle ABC = \angle ABD + \angle CBD = 65° + 50° = 115°$.



Частина 3

3.1. Нехай перша бригада повинна виготовити — x деталей, тоді друга повинна виготовити $(250 - x)$ деталей. До обіду перша виготовила $0{,}6x$ деталей, а друга — $0{,}7(250 - x)$ деталей і перша при цьому виготовила на 6 деталей менше, тому: $0{,}6x + 6 = 0{,}7(250 - x)$; $1{,}3x = 169$; $x = 130$. Отже перша бригада повинна була виготовити 130 деталей, а друга $250 - 130 = 120$ деталей.

Відповідь: 130 деталей і 120 деталей.

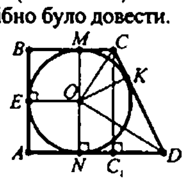
3.2. $\left(\frac{1{,}5x-4}{0{,}5x^2-x+2} - \frac{2x-14}{0{,}5x^3+4} + \frac{1}{x+2}\right) : \frac{4}{x+2} = \left(\frac{2(1{,}5x-4)}{2(0{,}5x^2-x+2)} - \frac{2(2x-14)}{2(0{,}5x^3+4)} + \frac{1}{x+2}\right)\cdot\frac{x+2}{4} =$

$= \left(\frac{3x-8}{x^2-2x+4} - \frac{4x-28}{x^3+8} + \frac{1}{x+2}\right)\cdot\frac{x+2}{4} = \frac{(x+2)(3x-8)-(4x-28)+x^2-2x+4}{(x+2)(x^2-2x+4)}\cdot\frac{x+2}{4} =$

$= \frac{3x^2-8x+6x-16-4x+28+x^2-2x+4}{4(x^2-2x+4)} = \frac{4x^2-8x+16}{4(x^2-2x+4)} = \frac{4(x^2-2x+4)}{4(x^2-2x+4)} = 1$.

Значення виразу не залежить від значень змінної, що й потрібно було довести.

3.3. Нехай $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $AB \perp AD$) — задана прямокутна трапеція, у яку вписано коло $(O; R)$; MN і CC_1 — висоти, $MN = CC_1 = 2R = 2\cdot 6 = 12$ (см); E, M, K і N — точки дотику кола до сторін трапеції (див. рис.) $KD = ND = 8$ см як відрізки дотичних, проведених до кола з однієї точки. Аналогічно $MC = CK$. $MC = NC_1 = CK$. З ΔCC_1D ($\angle C_1 = 90°$) за теоремою Піфагора: $CC_1^2 + C_1D^2 = CD^2$; $C_1D = ND - NC_1 = ND - MC = 8 - MC$; $CD = KD + CK = 8 + MC$. Отже, $12^2 + (8 - MC)^2 = (8 + MC)^2$; $144 + 64 - 16MC + MC^2 = 64 + 16MC + MC^2$; $32MC = 144$; $MC = 4{,}5$ (см). $BC = BM + 4{,}5 = R + 4{,}5 = 6 + 4{,}5 = 10{,}5$ (см).



$AD = AN + ND = 6 + 8 = 14$ (см). $S = \frac{10{,}5+14}{2}\cdot 12 = 147$ (см^2).

Відповідь: 147 см^2.

Частина 4

4.1. Рівняння матиме корені якщо $D > 0$;

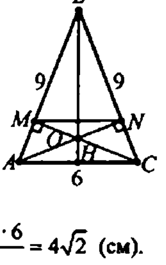
$(3k+2)^2 - 4\cdot 4(k^2-1) = 9k^2+12k+4-16k^2+16 = -7k^2+12k+20 > 0$ при усіх k. Відношення більше має зміст для додатних чисел. Нехай a ($a > 0$) — корінь даного рівняння, тоді другий корінь — $3a$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases}3a^2 = \frac{k^2-1}{4}, \\ 3a + a = \frac{3k+2}{4};\end{cases}$ $\begin{cases}3\left(\frac{3k+2}{16}\right)^2 = \frac{k^2-1}{4}, \\ a = \frac{3k+2}{16};\end{cases}$ $\begin{cases}3(3k+2)^2 = 64(k^2-1), \\ a = \frac{3k+2}{16};\end{cases}$

$\begin{cases}27k^2+36k+12 = 64k^2-64, \\ a = \frac{3k+2}{16};\end{cases}$ $\begin{cases}37k^2-36k-76 = 0, \\ a = \frac{3k+2}{16};\end{cases}$ $\begin{cases}k_1 = -\frac{38}{37}, \\ a_1 = -\frac{5}{74};\end{cases}$ $\begin{cases}k_2 = 2, \\ a_2 = \frac{1}{2}.\end{cases}$ Пара $(k_1; a_1)$ не задовольняє умову задачі, тому розв'язком є $\left(2; \frac{1}{2}\right)$.

Відповідь: $\left(2; \frac{1}{2}\right)$.

4.2. Нехай ABC — заданий рівнобедрений трикутник, у якого $AB = BC = 9$ см, $AC = 6$ см, CM і AN — висоти. З теореми Піфагора для ΔAHB ($\angle H = 90°$): $BH = \sqrt{AB^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{9^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2} = 6\sqrt{2}$ (см). Площа трикутника ABC:



$S = \frac{1}{2}BH\cdot AC$ і $S = \frac{1}{2}AN\cdot BC$. Звідси $AN = \frac{BH\cdot AC}{BC} = \frac{6\sqrt{2}\cdot 6}{9} = 4\sqrt{2}$ (см).

З ΔABN ($\angle N = 90°$): $BN = \sqrt{AB^2 - AN^2} = \sqrt{9^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{49} = 7$ (см).

$\Delta MBN \sim \Delta ABC$, тому $\frac{MN}{BN} = \frac{AC}{BC}$, звідки $MN = \frac{AC\cdot BN}{BC} = \frac{6\cdot 7}{9} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$ (см).

Відповідь: $4\frac{2}{3}$ см.