ВАРІАНТ №20

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2	X			
1.3				X
1.4				X

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6			X	
1.7			X	
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10	X			
1.11		X		
1.12			X	

1.8. $-1 \le \frac{1-x}{3} \le 4$; $-3 \le 1-x \le 12$; $-3-1 \le -x \le 12-1$; $-4 \le -x \le 11$;
$-11 \le x \le 4$; $x \in [-11; 4]$.

1.9. $\angle ABC = 2\angle OBC = 2\cdot 30° = 60°$; $\angle BCA = 2\angle BCO = 2\cdot 35° = 70°$;
$\angle A = 180° - 60° - 70° = 50°$.

1.11. $\overline{m}\overline{n} = 4\cdot(-3) + (-3)\cdot 2 = -12 - 6 = -18$.

1.12. За теоремою синусів отримаємо:

$\frac{2}{\sin\angle A} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 60°}$; $\sin\angle A = \frac{2\sin 60°}{2\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}/2)}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$. Кут A менший від кута B, бо він лежить проти меншої сторони трикутника, тому $\angle A = 30°$; $\angle C = 180° - 30° - 60° = 90°$.

Частина 2

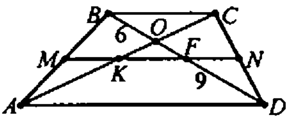
2.1.	$\frac{61}{100}$	2.3.	$x \in [-6; 1,5]$
2.2.	$\frac{\sqrt{17}-3}{4}$	2.4.	8 см

2.1. $\left(1\frac{3}{7}\right)^{-1} - \left(3\frac{1}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{10}{7}\right)^{-1} - \left(\frac{10}{3}\right)^{-2} = \frac{7}{10} - \frac{9}{100} = \frac{70-9}{100} = \frac{61}{100}$.

2.2. $\frac{2}{\sqrt{17}+3} = \frac{2(\sqrt{17}-3)}{(\sqrt{17}-3)(\sqrt{17}+3)} = \frac{2(\sqrt{17}-3)}{17-9} = \frac{\sqrt{17}-3}{4}$.

2.3. $\sqrt{18-9x-2x^2}$. $18-9x-2x^2 \ge 0$; $2x^2+9x-18 \le 0$; $x_1 = -6$, $x_2 = 1,5$; $x \in [-6; 1,5]$.

2.4. MN — середня лінія трапеції $ABCD$.
$\angle CBD = \angle ADB$ ($AD \parallel BC$, BD — січна). Аналогічно $\angle BCA = \angle DAC$ ($AD \parallel BC$, AC — січна).
$\Delta AOD \sim \Delta COB$ (за двома кутами). Тому
$\frac{AD}{BC} = \frac{DO}{BO} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$, тобто $AD = 1,5BC$.



$MN = \frac{AD+BC}{2}$, звідки $\frac{1,5BC+BC}{2} = 10$; $2,5BC = 20$; $BC = 8$ (см).

Частина 3

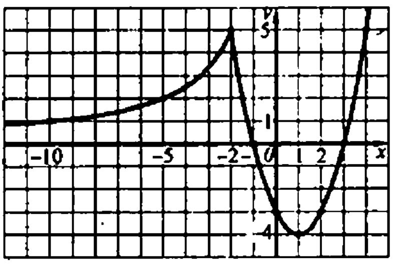
3.1. Нехай $\overline{ab}$ — шукане число, тоді $10a + b = 3ab$ і $10a + b + 18 = 10b + a$.

Система: $\begin{cases}10a+b=3ab,\\ 10a+b+18=10b+a;\end{cases}$ $\begin{cases}10a+b=3ab,\\ 9a=9b-18;\end{cases}$

$\begin{cases}10(b-2)+b=3(b-2)b,\\ a=b-2;\end{cases}$ $\begin{cases}3b^2-17b+20=0,\\ a=b-2;\end{cases}$ $b_1 = \frac{5}{3}$ — не задовольняє умову задачі, $b_2 = 4, a_2 = 4-2 = 2$.

Відповідь: 24.

3.2. Перетворимо рівняння функції $y = x^2 - 2x - 3$: $y = (x-1)^2 - 4$. Графік функції $y = \begin{cases}-\frac{10}{x}, \text{ якщо } x \le -2,\\ (x-1)^2 - 4, \text{ якщо } x > -2\end{cases}$ складається з частини гіперболи $y = -\frac{10}{x}$ для $x \le -2$ та частини параболи $y = (x-1)^2 - 4$ для $x > -2$.



	$y = -\frac{10}{x}$			$y = (x-1)^2 - 4$			
x	−10	−5	−2	−1	0	1	3
y	1	2	5	0	−3	−4	0

Функція набуває найменшого значення у вершині параболи $x_в = 1$; $y_в = -4$.

Відповідь: −4.

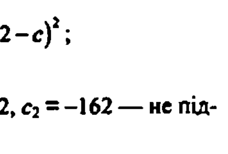
3.3. Нехай задано n-кутник, у якого $\angle A_1 = \angle A_2 = \angle A_3 = 120°$, $\angle A_4 = \angle A_5 = ... = \angle A_n = 160°$. Сума кутів n-кутника: $\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4 + ... + \angle A_n = 180°(n-2)$, тобто $120°\cdot 3 + 160°\cdot(n-3) = 180°(n-2)$; $360° + 160°n - 480° = 180°n - 360°$; $20°n = 240°$; $n = 12$. Отже, у заданого опуклого многокутника 12 сторін.

Частина 4

4.1. Рівняння матиме два корені, якщо $D > 0$: $a^2 + 2a + 1 - 4a - 16 = a^2 - 2a - 15 > 0$; $a \in (-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$. Для того, щоб корені були від'ємними, достатньо, щоб їх добуток був додатним, а сума — від'ємною. За теоремою Вієта маємо систему: $\begin{cases}a+4>0,\\ a+1<0;\end{cases}$ $\begin{cases}a>-4,\\ a<-1;\end{cases}$ $a \in (-4; -1)$. Врахувавши, що корені існують при $a \in (-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$, одержуємо: $a \in (-4; -3)$.

Відповідь: $a \in (-4; -3)$.

4.2. Нехай $AB = c$ і $\angle A = \alpha$. Тоді $AC = c\cos\alpha$, $BC = c\sin\alpha$. $P = AB + BC + AC = c + c\sin\alpha + c\cos\alpha = c(1 + \sin\alpha + \cos\alpha) = 72$. У той же час $CK = R = \frac{c}{2}$. З ΔAMC ($\angle M = 90°$):



$CM = AC\sin\alpha = c\cos\alpha\sin\alpha$. $CK - CM = \frac{c}{2} - c\cos\alpha\sin\alpha = 7$. Отже, $\begin{cases}c(1+\sin\alpha+\cos\alpha)=72;\\ \frac{c}{2} - c\sin\alpha\cos\alpha = 7;\end{cases}$ $\begin{cases}c(\sin\alpha+\cos\alpha)=72-c;\\ 2c\sin\alpha\cos\alpha = c-14;\end{cases}$

$\begin{cases}c^2(1+2\sin\alpha\cos\alpha)=(72-c)^2;\\ 2c\sin\alpha\cos\alpha = c-14;\end{cases}$ $\begin{cases}c^2+2c^2\sin\alpha\cos\alpha=(72-c)^2;\\ 2c\sin\alpha\cos\alpha = c-14;\end{cases}$

$c^2 + c(c-14) = (72-c)^2$, звідки $c^2 + 130c - 72^2 = 0$; $c_1 = 32$, $c_2 = -162$ — не підходить. Отже, $AB = 32$ см.

Відповідь: 32 см.