ВАРІАНТ №22

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2			X	
1.3				X
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6	X			
1.7		X		
1.8	X			

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10	X			
1.11			X	
1.12				X

1.2. $\frac{1^{17}}{3}+\frac{1^{13}}{7}=\frac{7+3}{21}=\frac{10}{21}$.

1.3. $2a(b-3c)=2ab-2a\cdot 3c=2ab-6ac$.

1.5. $\frac{a^{15}}{2}:\frac{a^5}{8}=\frac{a^{15}}{2}\cdot\frac{8}{a^5}=\frac{a^{15}\cdot 8}{2\cdot a^5}=4a^{10}$.

1.6. $\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2+2\sqrt{15}=5-2\sqrt{15}+3+2\sqrt{15}=8$.

1.8. $24:300=0{,}08=8\%$.

1.9. $\angle POS=\angle POQ+\angle SOQ=\angle KOM+30°=100°+30°=130°$.

1.10. $x+3x=180°$; $4x=180°$; $x=45°$; $3x=135°$.

1.11. $a^2+b^2=c^2$; $a^2+4^2=5^2$; $a^2=9$; $a=3$ (дм); $S=\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 4=6$ (дм^2).

Частина 2

2.1.	2
2.2.	(6; 3)

2.3.	610
2.4.	14 см

2.1. $\frac{x^4-x^2-12}{x+2}=0$. $\begin{cases}x^4-x^2-12=0,\\ x+2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}(x^2-4)(x^2+3)=0,\\ x+2\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2-4=0,\\ x+2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}(x-2)(x+2)=0,\\ x+2\neq 0;\end{cases}$ $x-2=0$; $x=2$.

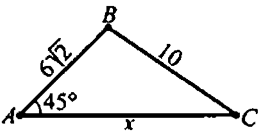
2.2. Нехай це точка з координатами $(2a; a)$. Отримаємо: $a=12-1{,}5\cdot 2a$; $a=12-3a$; $4a=12$; $a=3$. Координати точки: (6; 3).

2.3. Нехай a_1 — перший член арифметичної прогресії, а d — її різниця.

Отримаємо: $\begin{cases}a_5=a_1+4d,\\ a_{10}=a_1+9d;\end{cases}$ $\begin{cases}a_1+4d=14,\\ a_1+9d=29;\end{cases}$ $\begin{cases}5d=15,\\ a_1+9d=29;\end{cases}$ $\begin{cases}d=3,\\ a_1+27=29;\end{cases}$ $\begin{cases}d=3,\\ a_1=2.\end{cases}$

$S_{20}=\frac{2\cdot 2+(20-1)\cdot 3}{2}\cdot 20=(4+57)\cdot 10=610$.

2.4. $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos\angle A$;
$100=72+x^2-2\cdot 6\sqrt{2}x\cos 45°$; $x^2-12x-28=0$;
$x_1=14$, $x_2=-2$ — не підходить. Отже, $AC=14$ см.



Частина 3

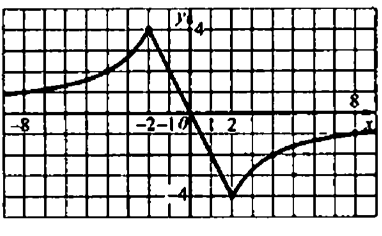
3.1. Нехай x км/год — швидкість другого автомобіля, тому він проїхав 450 км за $\frac{450}{x}$ год. Тоді швидкість першого автомобіля — $(x+10)$ км/год, і він проїхав 450 км за $\frac{450}{x+10}$ год. Рівняння: $\frac{450}{x}-\frac{450}{x+10}=\frac{1}{2}$; $\frac{900(x+10)-900x-x(x+10)}{2x(x+10)}=0$;

$\frac{x^2+10x-9000}{2x(x+10)}=0$; $\begin{cases}x^2+10x-9000=0,\\ x(x+10)\neq 0;\end{cases}$ $x_1=-100$ — не задовольняє умову задачі, $x_2=90$. Отже, швидкість другого автомобіля 90 км/год, тоді швидкість першого — $90+10=100$ (км/год).

Відповідь: 100 км/год; 90 км/год.

3.2. Графік функції

$y=\begin{cases}-\frac{8}{x}, \text{якщо } x\le -2,\\ -2x, \text{якщо } -2<x<2,\\ -\frac{8}{x}, \text{якщо } x\ge 2\end{cases}$ складається з



частин гіперболи $y=-\frac{8}{x}$ для $x\le -2$ і $x\ge 2$ і частини прямої $y=-2x$ для $-2<x<2$.

	$y=-\frac{8}{x}$			$y=-2x$		$y=-\frac{8}{x}$		
x	−8	−4	−2	−1	1	2	4	8
y	1	2	4	2	−2	−4	−2	−1

Функція зростає на проміжках $(-\infty; -2]$ і $[2; +\infty)$. Найбільше значення функції 4.

3.3. Нехай $ABCD$ ($AD\parallel BC$) — задана прямокутна трапеція ($CD\perp AD$), BL — висота трапеції, O — центр вписаного кола, E, F, K і P — точки дотику кола до відповідних сторін трапеції. $AE=25$ см, $EB=4$ см. У чотирикутнику $OPDK$ $\angle P=\angle D=\angle K=90°$. Отже, $OKDP$ — прямокутник. Крім того, $OP=OK$ як радіуси вписаного кола, тому $OKDP$ — квадрат. Аналогічно чотирикутник $OFCK$ теж квадрат. Нехай $PD=OP=OF=CF=x$ см. За властивістю дотичних, проведених з однієї точки, $AE=AP=25$ см, $BF=BE=4$ см. Розглянемо прямокутний трикутник ALB ($\angle L=90°$). $AL=AP-LP=25-4=21$ (см).

$AB=AE+EB=25+4=29$ (см). $BL=\sqrt{AB^2-AL^2}=\sqrt{29^2-21^2}=20$ (см).
Оскільки $BL=FP=2OP=2x$, то $2x=20$; $x=10$ (см).
Тоді $BC=CF+BF=10+4=14$ (см), $AD=AP+PD=25+10=35$ (см).
Отже, $S=\frac{BC+AD}{2}\cdot BL=\frac{14+35}{2}\cdot 20=490$ (см^2).

Частина 4

4.1. $(x+1)(x-1)(x-2)(x-4)=7$. $(x+1)(x-4)(x-1)(x-2)=7$.
$(x^2-3x-4)(x^2-3x+2)=7$. Заміна: $y=x^2-3x$.
$(y-4)(y+2)=7$. $y^2-2y-15=0$; $(y+3)(y-5)=0$; $y_1=-3$; $y_2=5$.
Повернемось до заміни:
1. $x^2-3x+3=0$; $D=9-12<0$; $x\in\varnothing$.
2. $x^2-3x-5=0$; $x=\frac{3\pm\sqrt{29}}{2}$.

Відповідь: $\frac{3+\sqrt{29}}{2}$; $\frac{3-\sqrt{29}}{2}$.

4.2. Нехай ABC — заданий трикутник. Проведемо OK — серединний перпендикуляр до сторони BC, де O — центр описаного кола. $BC\perp OK$, $BK=KC$. Позначимо через D точку перетину OK й описаного кола. З рівнобедреного трикутника OBC випливає, що $\angle BOD=\angle DOC$. Тоді D — середина дуги BC. Із рівності вписаних кутів $\angle BAD$ і $\angle CAD$ випливає, що AD є бісектрисою кута A трикутника ABC. Але кут A має єдину бісектрису, яка і проходить через точку D.