ВАРІАНТ №23

Частина 1

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
1.1	X				1.5	X				1.9			X	
1.2			X		1.6			X		1.10				X
1.3				X	1.7				X	1.11	X			
1.4		X			1.8		X			1.12		X		

1.2. $2\frac{1}{2}\cdot 1\frac{2}{5}=\frac{5}{2}\cdot\frac{7}{5}=\frac{5\cdot 7}{2\cdot 5}=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}.$

1.4. $-2x(2y-3x)-4x(2x-y)=-4xy+6x^2-8x^2+4xy=-2x^2.$

1.6. $\left(-\frac{2x^3}{3y^2}\right)^3=-\frac{2^3\cdot\left(x^3\right)^3}{3^3\cdot\left(y^2\right)^3}=-\frac{8x^9}{27y^6}.$

1.11. $c=2\pi r$; $6\pi=2\pi r$; $r=3$ (см).

1.12. Сторона ромба: $a=16\sqrt{2}:4=4\sqrt{2}$ (см).

Площа ромба: $S=\left(4\sqrt{2}\right)^2\sin 135^\circ=32\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=16\sqrt{2}$ (см^2).

Частина 2

2.1.	$-\frac{(a-2)(a-3)}{3(a+3)}$	2.3.	(3; 2)
2.2.	$2x^2-9x-5=0$	2.4.	10 см

2.1. $\frac{a^2-4a+4}{a^2+6a+9}\cdot\frac{2a^2-18}{12-6a}=\frac{(a-2)^2}{(a+3)^2}\cdot\frac{2(a-3)(a+3)}{-6(a-2)}=-\frac{(a-2)(a-3)}{3(a+3)}.$

2.2. $a(x-x_1)(x-x_2)=0$; $a\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-5)=0$. При $a=2$ отримаємо:

$(2x+1)(x-5)=0$; $2x^2-9x-5=0$.

2.3. ОДЗ: $x\neq 0$; $y\neq 0$. $\begin{cases}x-y=1,\\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}\end{cases}\Big|\cdot 6xy$; $\begin{cases}x=y+1,\\ 6y+6x=5xy;\end{cases}$ $\begin{cases}x=y+1,\\ 6y+6(y+1)=5(y+1)y;\end{cases}$

$\begin{cases}x=y+1,\\ 6y+6y+6=5y^2+5y;\end{cases}$ $\begin{cases}x=y+1,\\ 5y^2-7y-6=0;\end{cases}$ 1) $\begin{cases}x=y+1,\\ y_1=-\frac{3}{5};\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-\frac{3}{5}+1,\\ y_1=-\frac{3}{5};\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=\frac{2}{5},\\ y_1=-\frac{3}{5};\end{cases}$

$\left(\frac{2}{5};-\frac{3}{5}\right)$; 2) $\begin{cases}x=y+1,\\ y_2=2;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=2+1,\\ y_2=2;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=3,\\ y_1=2;\end{cases}$ (3; 2).

2.4. $x=CB\cdot\mathrm{tg}B=CB\cdot\frac{5}{12}$; $CB=\frac{12x}{5}$. $AB=\sqrt{AC^2+CB^2}$; $26=\sqrt{x^2+\left(\frac{12x}{5}\right)^2}$;

$26=\sqrt{\frac{169x^2}{25}}$; $\frac{13x}{5}=26$; $AC=x=10$ (см).

Частина 3

Нехай швидкість автомобіля до зупинки на ділянці 1200 : 3 = 400 (км) була x км/год. Якби він не збільшив швидкість, то решту 1200 − 400 = 800 (км) він проїхав би за $\frac{800}{x}$ год. Після зупинки швидкість стала $(x+20)$ км/год і час руху — $\frac{800}{x+20}$ год. Оскільки на зупинку автомобіль витратив 2 год, то:

$\frac{800}{x}-\frac{800}{x+20}=2$; $\frac{800(x+20)-800x-2x(x+20)}{x(x+20)}=0$; $\frac{-2x^2-40x+16000}{x(x+20)}=0$;

$\frac{x^2+20x-8000}{x(x+20)}=0$; $x_1=-100$ — не задовольняє умову задачі;

$x_2=80$ (км/год).

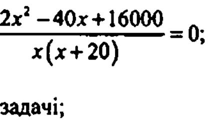
Відповідь: 80 км/год.

3.2. $\left(\frac{3-a}{a^2-2a+1}-\frac{2}{1-a}\right)\left(\frac{a^2-3a}{a^3+3a^2+3a+1}+\frac{1}{a^2+2a+1}\right)=$

$=\left(\frac{3-a}{(a-1)^2}+\frac{2}{a-1}\right)\left(\frac{a^2-3a}{(a+1)^3}+\frac{1}{(a+1)^2}\right)=\frac{3-a+2a-2}{(a-1)^2}\cdot\frac{a^2-3a+a+1}{(a+1)^3}=$

$=\frac{(a+1)(a-1)^2}{(a-1)^2(a+1)^3}=\frac{1}{(a+1)^2}$ — вираз набуває додатних значень при всіх допустимих значеннях a.

3.3. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, F — точка перетину бісектриси зі стороною BC. $BF:FC=3:4$. $\angle 3=\angle 2$ ($BC\parallel AD$ і AF — січна) і $\angle 1=\angle 2$ (AF — бісектриса), отже, $\angle 1=\angle 3$ і тому трикутник ABF — рівнобедрений, $AB=BF$. Нехай $BF=3x$ см, тоді $FC=4x$ см, $AB=3x$ см. Рівняння: $2(3x+3x+4x)=80$; $10x=40$; $x=4$. Отже, $AB=3\cdot 4=12$ (см), $BC=BF+FC=3x+4x=7x=7\cdot 4=28$ (см).



Відповідь: 12 см, 28 см, 12 см, 28 см.

Частина 4

4.1. $\begin{cases}3x^2+2y^2-4xy=17,\\ y^2-x^2=16.\end{cases}$ Перше рівняння запишемо як різницю першого і другого, а друге — як суму першого і подвоєного другого:

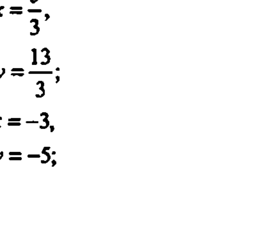
$\begin{cases}4x^2-4xy+y^2=1,\\ x^2-4xy+4y^2=49;\end{cases}$ $\begin{cases}(2x-y)^2=1,\\ (x-2y)^2=49;\end{cases}$ $\begin{cases}2x-y=\pm 1,\\ x-2y=\pm 7;\end{cases}$

1) $\begin{cases}2x-y=1,\\ x-2y=7;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-\frac{5}{3},\\ y=-\frac{13}{3};\end{cases}$ 2) $\begin{cases}2x-y=-1,\\ x-2y=-7;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{5}{3},\\ y=\frac{13}{3};\end{cases}$

3) $\begin{cases}2x-y=1,\\ x-2y=-7;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\ y=5;\end{cases}$ 4) $\begin{cases}2x-y=-1,\\ x-2y=7;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-3,\\ y=-5;\end{cases}$

Відповідь: (−3;−5); (3;5); $\left(-\frac{5}{3};-\frac{13}{3}\right)$; $\left(\frac{5}{3};\frac{13}{3}\right)$.

4.2. Нехай ABC — заданий трикутник, AD — медіана, $AD=2$ см, $AC=1$ см, $AB=\sqrt{15}$ см. Маємо:



$AD^2=\frac{1}{4}\left(2AC^2+2AB^2-CB^2\right)$;

$4=\frac{1}{4}\left(2\cdot 1^2+2\cdot\left(\sqrt{15}\right)^2-CB^2\right)$; $CB^2=16$; $CB=4$ (см).

Даний трикутник прямокутний ($1^2+\left(\sqrt{15}\right)^2=4^2$), тому

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\sqrt{15}=\frac{\sqrt{15}}{2}$ (см^2).

Відповідь: $\frac{\sqrt{15}}{2}$ см^2.