ВАРІАНТ №27

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2				X
1.3	X			
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6	X			
1.7			X	
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9	X			
1.10		X		
1.11			X	
1.12				X

1.2. $13-2\frac{4}{7}=12\frac{7}{7}-2\frac{4}{7}=10\frac{3}{7}$.

1.4. $\frac{x-3}{5}=0$; $x-3=0$; $x=3$.

1.5. $\frac{15x^9}{4y}:9x^3=\frac{15x^9}{4y}\cdot\frac{1}{9x^3}=\frac{15x^9\cdot 1}{4y\cdot 9x^3}=\frac{5x^6}{12y}$.

1.6. $\frac{3-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

1.10. 16 дм – 4 дм = 12 дм.

1.11. $S=10\cdot 15\cdot\sin 150^\circ=150\cdot\frac{1}{2}=75$ (см^2).

1.12. $\sqrt{(-2-1)^2+(y-2)^2}=5$; $9+(y-2)^2=25$; $(y-2)^2=16$; $y-2=\pm 4$; $y=-2$ або $y=6$.

Частина 2

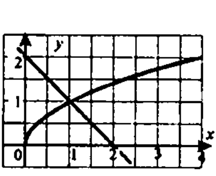
2.1.	3	**2.3.**	$\pm\frac{1}{3}$
2.2.	[0; 1)	**2.4.**	30 см

2.1. $\frac{2}{x-5}-\frac{4}{x+5}=\frac{x^2+15}{x^2-25}\,\Big|\cdot(x-5)(x+5)$. Якщо $x\neq\pm 5$, то:
$2(x+5)-4(x-5)=x^2+15$; $2x+10-4x+20=x^2+15$; $x^2+2x-15=0$;
$x_1=-5$ — не підходить, $x_2=3$.

2.2. Будуємо графіки кореня квадратного і лінійної функцій по точках:

	$y=\sqrt{x}$		
x	0	1	4
y	0	1	2

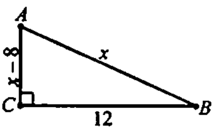
$y=2-x$	
0	2
2	0



Значення функції $y=\sqrt{x}$ менші за значення функції $y=2-x$ на проміжку [0; 1).

2.3. Нехай q — знаменник геометричної прогресії. Отримаємо: $b_4=36$, $b_6=4$, $q^2=\frac{b_6}{b_4}=\frac{4}{36}$; $q=\pm\sqrt{\frac{1}{9}}=\pm\frac{1}{3}$.

2.4. $x^2=(x-8)^2+12^2$; $x^2=x^2-16x+64+144$;
$16x=208$; $x=13$. $AB=13$ см, $AC=13-8=$
$=5$ (см). $P=12+5+13=30$ (см).



Частина 3

3.1. Нехай x км/год — швидкість першого автомобіля, тому він проїхав 560 км за $\frac{560}{x}$ год. Тоді швидкість другого автомобіля — $(x-10)$ км/год, і він проїхав 560 км за $\frac{560}{x-10}$ год.

Рівняння: $\frac{560}{x-10}-\frac{560}{x}=1$; $\frac{560x-560(x-10)-x(x-10)}{x(x-10)}=0$;

$\frac{x^2-10x-5600}{x(x-10)}=0$; $\begin{cases}x^2-10x-5600=0,\\ x(x-10)\neq 0;\end{cases}$ $x_1=-70$ не задовольняє умову задачі, $x_2=80$ (км/год). Отже, швидкість першого автомобіля 80 км/год, а швидкість другого — 80 – 10 = 70 (км/год).

Відповідь: 80 км/год, 70 км/год.

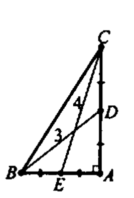
3.2. $y=\frac{1}{\sqrt{5x+9-4x^2}}+\sqrt{x-1}$. Область допустимих значень функції знайдемо із системи

$\begin{cases}5x+9-4x^2>0,\\ x-1\geq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}4x^2-5x-9<0,\\ x\geq 1;\end{cases}$ $\begin{cases}(x+1)(x-2,25)<0,\\ x\geq 1;\end{cases}$ $\begin{cases}x\in(-1;2,25),\\ x\in[1;+\infty).\end{cases}$

Отже, $x\in[1;2,25)$.

Відповідь: $[1;2,25)$.

3.3. Нехай BAC — заданий прямокутний трикутник ($\angle A=90°$), у якому проведено медіани $BD=3$ см, $CE=4$ см, $AE=BE$, $AD=DC$. Нехай $AE=x$ см, $AD=y$ см, тоді $AB=2x$, $AC=2y$. Із прямокутного ΔBAD ($\angle A=90°$), за теоремою Піфагора, $AB^2+AD^2=BD^2$; $(2x)^2+y^2=3^2$; із прямокутного ΔEAC ($\angle A=90°$), за теоремою Піфагора, $AE^2+AC^2=EC^2$;
$x^2+(2y)^2=4^2$. Отже, $\begin{cases}4x^2+y^2=9;\\ x^2+4y^2=16;\end{cases}$ $\begin{cases}5x^2+5y^2=25;\\ x^2+4y^2=16;\end{cases}$



$\begin{cases}x^2+y^2=5;\\ x^2+4y^2=16.\end{cases}$ Із прямокутного ΔBAC ($\angle A=90°$):

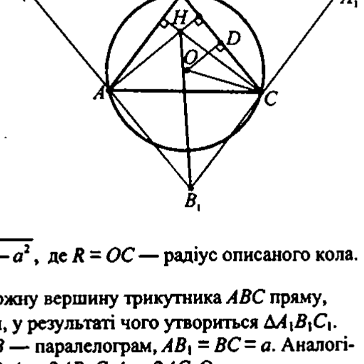
$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{(2x)^2+(2y)^2}=\sqrt{4(x^2+y^2)}=\sqrt{4\cdot 5}=2\sqrt{5}$ (см).

Відповідь: $2\sqrt{5}$ см.

Частина 4

4.1. $(\sqrt{x-1}-a)(4x-5)=0$. ОДЗ: $x-1\geq 0$; $x\geq 1$. Маємо: $4x-5=0$ або $\sqrt{x-1}-a=0$. $x=\frac{5}{4}$ є коренем даного рівняння. Щоб цей корінь був єдиний, потрібно, щоб корінь рівняння $\sqrt{x-1}=a$ дорівнював $\frac{5}{4}$ або щоб це рівняння не мало коренів. Отже: 1) $\sqrt{\frac{5}{4}-1}=a$; $a=\frac{1}{2}$; 2) $\sqrt{x-1}=a$. Рівняння не має коренів, якщо $a<0$. *Відповідь*: $(-\infty;0)\cup\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

4.2. Нехай ABC — заданий трикутник, H — ортоцентр, O — центр описаного кола. Доведемо, наприклад, що $AH=2OD$ (OD — серединний перпендикуляр до BC). Позначимо $BC=a$. Оскільки точка O — центр описаного навколо трикутника ABC кола, то вона лежить на перетині серединних перпендикулярів. З ΔODC



маємо: $OD=\sqrt{R^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{4R^2-a^2}$, де $R=OC$ — радіус описаного кола.

Щоб знайти AH, добудуємо через кожну вершину трикутника ABC пряму, паралельну до протилежної сторони, у результаті чого утвориться $\Delta A_1B_1C_1$. Оскільки $CB_1\|AB$, $AB_1\|BC$, то AB_1CB — паралелограм, $AB_1=BC=a$. Аналогічно $AC_1=a$, тоді $B_1C_1=2a$. Також $B_1A_1=2AB$, $C_1A_1=2AC$. Отже, $\Delta A_1B_1C_1\sim\Delta ABC$ з коефіцієнтом подібності 2. Точка H — точка перетину серединних перпендикулярів до сторін трикутника $A_1B_1C_1$, тобто центр описаного навколо нього кола. Тоді $HB_1=R_1=2R$. З ΔAHB_1:

$AH^2=B_1H^2-AB_1^2=(2R)^2-a^2=4R^2-a^2$. Отже, $AH=\sqrt{4R^2-a^2}$. Оскільки $OD=\frac{1}{2}\sqrt{4R^2-a^2}$, то $AH=2OD$.