ВАРІАНТ №28

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2		X		
1.3				X
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6		X		
1.7		X		
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10			X	
1.11	X			
1.12		X		

1.1. $2x-17=53$; $2x=53+17$; $2x=70$; $x=35$.

1.2. $\frac{2}{9}\cdot\frac{3}{4}=\frac{2\cdot 3}{9\cdot 4}=\frac{1\cdot 1}{3\cdot 2}=\frac{1}{6}$.

1.4. $(0{,}2ab^3)^2\cdot 5a^2b=0{,}04a^2b^6\cdot 5a^2b=0{,}2a^4b^7$.

1.6. $\left(-\frac{3a^5}{4b^3}\right)^2=\frac{9a^{10}}{16b^6}$.

1.8. $\frac{x^2-1}{x-1}=0$; $\begin{cases}x^2-1=0,\\x-1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2=1,\\x\neq 1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\pm 1,\\x\neq 1;\end{cases}$ $x=-1$.

1.10. $360^\circ:6=60^\circ$ — градусна міра дуги; $60^\circ:2=30^\circ$ — міра вписаного кута.

1.11. $a=2\cdot r:\mathrm{tg}30^\circ=4\sqrt{3}:\frac{1}{\sqrt{3}}=12$ (см).

1.12. $h=\sqrt{10^2-(12:2)^2}=\sqrt{64}=8$ (см). $S=\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}\cdot 12\cdot 8=48$ (см^2).

Частина 2

2.1.	4,25
2.2.	−10

2.3.	(−2; 0); (0; 2)
2.4.	70°

2.1. $\frac{a^2+2a+4}{3a-4}:\frac{a^3-8}{9a^2-16}=\frac{a^2+2a+4}{3a-4}\cdot\frac{(3a-4)(3a+4)}{(a-2)(a^2+2a+4)}=\frac{3a+4}{a-2}$.

Якщо $a=10$, то $\frac{3a+4}{a-2}=\frac{3\cdot 10+4}{10-2}=\frac{34}{8}=4{,}25$.

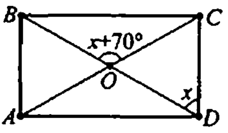
2.2. Оскільки $x_1+x_2=3$, то маємо систему рівнянь:

$\begin{cases}x_1+x_2=3,\\2x_1-x_2=12;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1+x_2=3,\\3x_1=15;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=5,\\x_2=-2.\end{cases}$ Звідки $q=x_1x_2=5\cdot(-2)=-10$.

2.3. $\begin{cases}x-y+2=0,\\x^2+y^2=4;\end{cases}$ $\begin{cases}x=y-2,\\(y-2)^2+y^2=4;\end{cases}$ $\begin{cases}x=y-2,\\2y^2-4y=0.\end{cases}$ $\begin{cases}x=y-2,\\y^2-2y=0.\end{cases}$

1) $\begin{cases}x=0-2,\\y_1=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-2,\\y_1=0;\end{cases}$ $(-2;0)$; 2) $\begin{cases}x=2-2,\\y_2=2;\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=0,\\y_2=2;\end{cases}$ $(0;2)$.

2.4. Нехай $\angle CDO=x$. Тоді $\angle BOC=x+70^\circ$. ΔCOD — рівнобедрений, а $\angle BOC$ — зовнішній кут цього трикутника. Отже, $x+x=x+70$; $x=70^\circ$.



Частина 3

3.1. Нехай маємо двоцифрове число виду $\overline{xy}$: $x\cdot 10+y$, тоді $x^2+y^2=45$ та $x\cdot 10+y+27=y\cdot 10+x$. Система: $\begin{cases}x^2+y^2=45,\\10x+y+27=10y+x;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+y^2=45,\\9x-9y+27=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+y^2=45,\\y=x+3;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+(x^2+6x+9)=45,\\y=x+3;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+3x-18=0,\\y=x+3;\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=-6,\\y_1=-3;\end{cases}$ або $\begin{cases}x_2=3,\\y_2=6.\end{cases}$

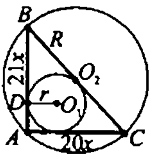
Оскільки x та y — цифри, то $(-6;-3)$ — не задовольняє умову.
Відповідь: 36.

3.2. $x^3-8x^2+8x-1=0$; $x^3-1-8x^2+8x=0$; $(x-1)(x^2+x+1)-8x(x-1)=0$;

$(x-1)(x^2-7x+1)=0$; $x_1=1$, $x_2=\frac{7-3\sqrt{5}}{2}$, $x_3=\frac{7+3\sqrt{5}}{2}$.

Відповідь: 1; $\frac{7-3\sqrt{5}}{2}$; $\frac{7+3\sqrt{5}}{2}$.

3.3. Нехай ABC — заданий прямокутний трикутник ($\angle A=90^\circ$), $AC:AB=20:21$, звідки $AB=21x$ см, $AC=20x$ см. За теоремою Піфагора з ΔBAC: $BC^2=AB^2+AC^2$; $BC^2=(21x)^2+(20x)^2=441x^2+400x^2=841x^2$; $BC=29x$ (см). $R=O_2C=BC:2=14{,}5x$. Площа ΔABC: $S=pr$,



$p=\frac{21x+20x+29x}{2}=35x$. З іншого боку, $S=\frac{1}{2}AC\cdot AB=$

$=\frac{1}{2}\cdot 21x\cdot 20x=210x^2$. $210x^2=35x\cdot r$; $r=6x$ (см). $O_2C-O_1D=17$; $14{,}5x-6x=17$; $8{,}5x=17$; $x=2$ (см). Отже, $BC=29x=29\cdot 2=58$ (см).
Відповідь: 58 см.

Частина 4

4.1. При $n=1$ маємо: $1^2=\frac{1\cdot(1+1)\cdot(2\cdot 1+1)}{6}$; $1=1$ — дана рівність справджується. Нехай рівність справджується для $n=k$, тоді:

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+k^2=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}.\qquad(1)$$

Доведемо, що рівність справджується для $n=k+1$, тобто

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+k^2+(k+1)^2=\frac{(k+1)((k+1)+1)(2(k+1)+1)}{6}.\qquad(2)$$

Перетворимо ліву частину рівності (2), використавши рівність (1):

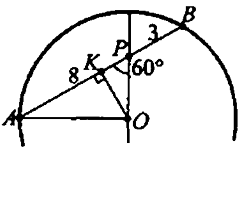
$$1^2+2^2+3^2+\ldots+k^2+(k+1)^2=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+(k+1)^2=$$

$$=\frac{(k+1)(k(2k+1)+6(k+1))}{6}=\frac{(k+1)(2k^2+k+6k+6)}{6}=$$

$$=\frac{(k+1)(2k^2+7k+6)}{6}=\frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}=\frac{(k+1)((k+1)+1)(2(k+1)+1)}{6},$$

що і потрібно було довести.

4.2. Нехай задано коло O, у якому проведено хорду AB, $\angle APO=60^\circ$, $AP=8$ см, $BP=3$ см. $AB=AP+PB=8+3=11$ (см). Проведемо перпендикуляр OK до хорди AB, тоді $AK=KB=\frac{AB}{2}=$



$=5{,}5$ (см). З ΔPOK $OK=PK\mathrm{tg}60^\circ=(8-5{,}5)\cdot\sqrt{3}=$

$=2{,}5\sqrt{3}$ (см). З ΔAOK $AO=\sqrt{AK^2+KO^2}=\sqrt{5{,}5^2+\left(2{,}5\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{49}=$

$=7$ (см). Отже, $l=2\pi r=2\pi\cdot AO=2\pi\cdot 7=14\pi$ (см).
Відповідь: 14π см.