ВАРІАНТ №3

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2			X	
1.3				X
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6			X	
1.7			X	
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10			X	
1.11	X			
1.12				X

1.1. $2x - 7 = 5$; $2x = 12$; $x = 6$.

1.2. $60 \cdot \frac{2}{5} = \frac{60 \cdot 2}{5} = 24$ (км).

1.8. $x^2 \geq 0$, тоді $x^2 - 5 \geq -5$. Отже, $y \in [-5; +\infty)$.

1.10. $\Delta AOB \sim \Delta COD$, тому: $AO : CO = AB : CD$; $2{,}4 : CO = 1 : 3$;
$CO = 3 \cdot 2{,}4 = 7{,}2$ (см).

1.11. $S = 180° \cdot 5 - 360° = 900° - 360° = 540°$.

1.12. Сума бічних сторін, а, значить, і сума основ дорівнює: $9 + 7 = 16$ (см).

Площа трапеції дорівнює: $S = \frac{16}{2} \cdot 7 = 56$ (см²).

Частина 2

2.1.	1
2.2.	$q = -12$; $x_2 = 2$

2.3.	(3; –2)
2.4.	36 см

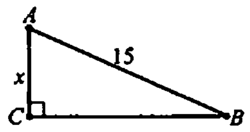
2.1. $\frac{10x-2}{5x} : \left(25x^2 - 10x + 1\right) = \frac{2(5x-1)}{5x(5x-1)^2} = \frac{2}{5x(5x-1)}$.

Якщо $x = 0{,}4$, то $\frac{2}{5x(5x-1)} = \frac{2}{5 \cdot 0{,}4 \cdot (5 \cdot 0{,}4 - 1)} = \frac{2}{2(2-1)} = 1$.

2.2. Оскільки $x_1 + x_2 = -4$ і $x_1 = -6$, то $x_2 = -4 + 6 = 2$.
Тоді $q = x_1 x_2 = -6 \cdot 2 = -12$.

2.3. $\begin{cases} 4x + xy = 6, \\ 3x - 5xy = 39; \end{cases}$ $\begin{cases} 20x + 5xy = 30, \\ 3x - 5xy = 39; \end{cases}$ $\begin{cases} 23x = 69, \\ 3x - 5xy = 39; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3, \\ 9 - 15y = 39; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3, \\ y = -2. \end{cases}$

2.4. Нехай $AC = x$. $\operatorname{tg} \angle A = \frac{CB}{CA} = \frac{CB}{x}$, звідки



$CB = 0{,}75x = \frac{3}{4}x$. З теореми Піфагора маємо:

$15 = \sqrt{AC^2 + CB^2}$; $\sqrt{x^2 + \frac{9}{16}x^2} = 15$; $\frac{5}{4}x = 15$; $x = 12$.

Отже, $x = CA = 12$ (см), $CB = \frac{3}{4}x = 9$ (см). Тоді $P = 12 + 9 + 15 = 36$ (см).

Частина 3

3.1. Нехай у кінотеатрі спочатку було x рядів, тоді в кожному ряді було $\frac{390}{x}$ місць. Рядів стало на один більше, тобто $(x + 1)$, а місць в ряді збільшилась на 4, тобто стало $\left(\frac{390}{x} + 4\right)$. Рівняння:

$(x+1)\left(\frac{390}{x} + 4\right) = 480; 390 + 4x + \frac{390}{x} + 4 = 480; \frac{4x^2 - 86x + 390}{x} = 0;$

$\begin{cases} x_1 = 15, x_2 = 6{,}5, \\ x \neq 0. \end{cases}$ $x_2 = 6{,}5$ — не задовольняє умову задачі, $x_1 = 15$. У кінотеатрі стало $15 + 1 = 16$ рядів.

Відповідь: 16 рядів.

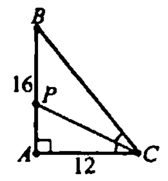
3.2. Нехай x_1 і x_2 — корені даного рівняння, тоді $x_1 + x_2 = \frac{11}{5}$ і $x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{5}$.

Якщо корені шуканого рівняння $2x_1$ і $2x_2$ то: $2x_1 \cdot 2x_2 = 4x_1 x_2 = 4 \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{5}$;

$2x_1 + 2x_2 = 2(x_1 + x_2) = 2 \cdot \frac{11}{5} = \frac{22}{5}$. Звідси рівняння: $x^2 - \frac{22}{5}x + \frac{12}{5} = 0$ або $5x^2 - 22x + 12 = 0$.

Відповідь: $5x^2 - 22x + 12 = 0$.

3.3. Нехай BAC — заданий прямокутний трикутник ($\angle A = 90°$), $AC = 12$ см, $AB = 16$ см. Оскільки проти більшого кута лежить більша сторона, то проведемо бісектрису CP. З теореми Піфагора маємо: $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$ (см). Нехай $AP = x$, тоді $BP = 16 - x$. За властивістю бісектриси трикутника $\frac{AP}{AC} = \frac{BP}{BC}$; $\frac{x}{12} = \frac{16-x}{20}$; $\frac{x}{3} = \frac{16-x}{5}$;



$5x = 3(16 - x)$; $8x = 48$; $x = 6$ (см). Отже, $AP = 6$ см. З ΔCAP ($\angle A = 90°$):
$CP = \sqrt{AC^2 + AP^2} = \sqrt{12^2 + 6^2} = \sqrt{144 + 36} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$ (см).

Відповідь: $6\sqrt{5}$ см.

ВАРІАНТ №3

Частина 4

4.1. Проведемо перетворення, застосовуючи умову $a + b = 1$.

$$\frac{a}{b^3-1} - \frac{b}{a^3-1} = \frac{a}{(b-1)\left(b^2+b+1\right)} - \frac{b}{(a-1)\left(a^2+a+1\right)} =$$

$$= \frac{a}{-a\left(b^2+b+1\right)} - \frac{b}{-b\left(a^2+a+1\right)} = \frac{-1}{b^2+b+1} + \frac{1}{a^2+a+1} =$$

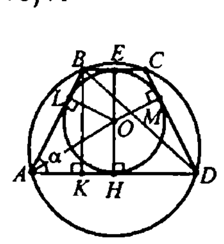
$$= \frac{-\left(a^2+a+1\right)+b^2+b+1}{\left(b^2+b+1\right)\left(a^2+a+1\right)} = \frac{-a^2-a-1+b^2+b+1}{b^2a^2+b^2a+b^2+ba^2+ba+b+a^2+a+1} =$$

$$= \frac{b^2-a^2+b-a}{b^2a^2+b^2+\left(ba^2+b^2a\right)+ba+a^2+a+b+1} = \frac{(b-a)(b+a)+b-a}{b^2a^2+b^2+ba(a+b)+ba+a^2+a+b+1} =$$

$$= \frac{(b-a)\cdot 1+b-a}{b^2a^2+\left(b^2+2ba+a^2\right)+(a+b)+1} = \frac{2(b-a)}{b^2a^2+(b+a)^2+(a+b)+1} = \frac{2(b-a)}{a^2b^2+3}.$$

Що й треба було довести.

4.2. Нехай $ABCD$ — задана рівнобічна трапеція ($AD \| BC$), $AB = CD$, $\angle BAD = \alpha$. Позначимо радіус описаного кола через R, а радіус вписаного кола — r.



$BK = 2r$. З ΔAKB ($\angle K = 90°$): $AB = \frac{BK}{\sin\alpha} = \frac{2r}{\sin\alpha}$.

$KD = KH + HD$; $HD = DM$ (як відрізки дотичних, проведених з однієї точки). Аналогічно $CE = CM$.

$EC = BE = KH$. Отже, $KD = CD = AB = \frac{2r}{\sin\alpha}$. З ΔBKD ($\angle K = 90°$) за теоремою Піфагора: $BD^2 = BK^2 + KD^2$;

$BD^2 = (2r)^2 + \left(\frac{2r}{\sin\alpha}\right)^2 = 4r^2\left(1 + \frac{1}{\sin^2\alpha}\right) = 4r^2 \frac{\sin^2\alpha + 1}{\sin^2\alpha}$. Таким чином,

$BD = \frac{2r}{\sin\alpha}\sqrt{1 + \sin^2\alpha}$. З ΔABD за наслідком з теореми синусів маємо:

$R = \frac{BD}{2\sin\alpha} = \frac{r\sqrt{1+\sin^2\alpha}}{\sin^2\alpha}$. Отже, $\frac{r}{R} = \frac{\sin^2\alpha}{\sqrt{1+\sin^2\alpha}}$.

Відповідь: $\frac{\sin^2\alpha}{\sqrt{1+\sin^2\alpha}}$.