ВАРІАНТ №30

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1	X			
1.2		X		
1.3				X
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6	X			
1.7		X		
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10	X			
1.11		X		
1.12			X	

1.1. $320 : 6{,}4 = 50$ (ц).

1.4. $2 - 4(x - 1) = 2(x + 3)$; $2 - 4x + 4 = 2x + 6$; $-4x - 2x = 6 - 2 - 4$; $-6x = 0$; $x = 0$.

1.6. $\dfrac{a^2-6a+9}{a^2-9} = \dfrac{(a-3)^2}{(a-3)(a+3)} = \dfrac{a-3}{a+3}$.

1.7. $q = -2 : 6 = -\dfrac{1}{3}$.

1.8. Якщо $1{,}5 < x < 3$ і $3 < y < 5$, то: $2 \cdot 1{,}5 < 2x < 2 \cdot 3$; $3 < 2x < 6$; $3 + 3 < 2x + y < 6 + 5$; $6 < 2x + y < 11$.

1.10. $d = \sqrt{16^2+12^2} = \sqrt{256+144} = \sqrt{400} = 20$ (см).

1.11. $\bar{a}(-2;1) + \bar{b}(3;-4) = \overline{(-2+3;1-4)} = \overline{(1;-3)}$.

1.12. Більша діагональ паралелограма лежить проти його тупого кута, який дорівнює $180° - 45° = 135°$. За теоремою косинусів отримаємо:

$$d^2 = 5^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2 - 2\cdot 5\cdot 2\sqrt{2}\cos 135° = 25 + 8 - 20\sqrt{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 33 + 20 = 53;$$

$d = \sqrt{53}$ (см).

Частина 2

2.1.	3
2.2.	$-2a^3b^2$

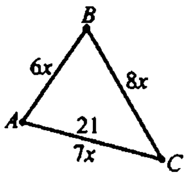
2.3.	$[-2;\ 0)\cup(0;\ 1]$
2.4.	63 см

2.1. $\dfrac{27^{-3}\cdot 3^{-10}}{81^{-5}} = \dfrac{(3^3)^{-3}\cdot 3^{-10}}{(3^4)^{-5}} = \dfrac{3^{-9}\cdot 3^{-10}}{3^{-20}} = \dfrac{3^{-19}}{3^{-20}} = 3$.

2.2. $3a^2\sqrt{\dfrac{4}{9}a^2b^4} = 3a^2\cdot\dfrac{2}{3}\cdot|a|b^2 = 2a^2\cdot|a|b^2$. Якщо $a < 0$, то: $2a^2\cdot|a|b^2 = -2a^3b^2$.

2.3. $y = \dfrac{\sqrt{2-x-x^2}}{x}$. $\begin{cases}2-x-x^2\ge 0,\\ x\ne 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+x-2\le 0,\\ x\ne 0;\end{cases}$ $\begin{cases}(x+2)(x-1)\le 0,\\ x\ne 0;\end{cases}$ $\begin{cases}-2\le x\le 1,\\ x\ne 0;\end{cases}$

2.4. $AC = 21$; $7x = 21$; $x = 3$ (см). $P = 6x + 7x + 8x = 21x = 21\cdot 3 = 63$ (см).



Частина 3

3.1. Нехай перша бригада самостійно може зорати поле за x днів, тоді за 1 день вона зоре $\dfrac{1}{x}$ частину поля. Друга бригада самостійно зможе зорати поле за $(x - 5)$ днів, а за 1 день вона зоре $\dfrac{1}{x-5}$ частину поля. Разом вони за 1 день зорють $\dfrac{1}{6}$ частину поля, тому: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x-5}=\dfrac{1}{6}$; $\dfrac{x-5+x}{x(x-5)}=\dfrac{1}{6}$;

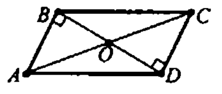
$\dfrac{2x-5}{x(x-5)}=\dfrac{1}{6}$; $\begin{cases}12x-30=x^2-5x,\\ x\ne 0,\ x\ne 5;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-17x+30=0,\\ x\ne 0,\ x\ne 5;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=2,\ x_2=15,\\ x\ne 0,\ x\ne 5;\end{cases}$ $x_1 = 2$ не задовольняє умову задачі, бо $2 - 5 < 0$. Отже, перша бригада може зорати поле за 15 днів, а друга — за $15 - 5 = 10$ (днів).

Відповідь: 15 днів і 10 днів.

3.2. $\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{2}\right)(x^4-4x^2-5)=0$. ОДЗ: $x > 0$. 1) $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$; $(x^2 + 1)(x^2 - 5) = 0$;

$x^2 = -1$ — коренів немає, $x^2 = 5$, $x = \sqrt{5}$; 2) $\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{2}=0$; $2-\sqrt{x}=0$; $\sqrt{x}=2$; $x = 4$.

Відповідь: 4 і $\sqrt{5}$.



3.3. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, AC і BD — діагоналі, O — точка їх перетину, $AC = 10$ см, $BD = 8$ см, $BD\perp AB$, тоді $BD\perp DC$. За властивістю паралелограма $BO = OD = \dfrac{1}{2}BD = 4$ (см), $AO = OC = \dfrac{1}{2}AC = 5$ (см).

Із прямокутного трикутника ABO ($\angle B = 90°$): $AB = \sqrt{AO^2 - BO^2} = \sqrt{5^2-4^2} = 3$ (см). Тоді $S_{ABCD} = AB\cdot BD = 3\cdot 8 = 24$ (см^2).

Відповідь: 24 см^2.

Частина 4

4.1. $\dfrac{x^2-4ax+3a^2-2a-1}{x-4}=0$. Рівняння матиме єдиний корінь, коли $D = 0$ та $x \ne 4$ або коли $D > 0$ і один з коренів дорівнює 4. $D = (-4a)^2 - 4\cdot(3a^2 - 2a - 1) = 16a^2 - 12a^2 + 8a + 4 = 4a^2 + 8a + 4 = 4(a + 1)^2$.

1) $D = 0$; $4(a + 1)^2 = 0$; $a = -1$. $\dfrac{x^2+4x+3+2-1}{x-4}=0$; $\dfrac{x^2+4x+4}{x-4}=0$;

$\dfrac{(x+2)^2}{x-4}=0$; $x = -2$. Якщо $a = -1$, то рівняння має один корінь.

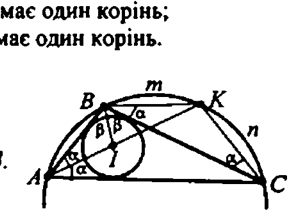
2) $D > 0$; $a \ne -1$. $x^2 - 4ax + 3a^2 - 2a - 1 = 0$; $x_{1,2} = \dfrac{4a\pm 2(a+1)}{2}$;

$x_{1,2} = 2a \pm (a + 1)$; $x_1 = 3a + 1$, $x_2 = a - 1$.

а) $x_1 = 4$; $3a + 1 = 4$; $a = 1$. Якщо $a = 1$, то рівняння має один корінь;

б) $x_2 = 4$; $a - 1 = 4$; $a = 5$. Якщо $a = 5$, то рівняння має один корінь.

Відповідь: $(-1; 1; 5)$.



4.2. Нехай у трикутник ABC вписано коло I, а AK — бісектриса кута A.

У трикутнику ABC позначимо $\angle A = 2\alpha$; $\angle B = 2\beta$.

Оскільки AK — бісектриса кута A, то $\cup BmK = \cup CnK$. Тоді $\angle CBK = \angle KCB = \alpha$ (як кути, що спираються на рівні дуги). Отже, трикутник KCB — рівнобедрений і $BK = KC$. Оскільки BI — бісектриса $\angle B$, то в трикутнику BIK: $\angle B = \alpha + \beta$ і $\angle I = \alpha + \beta$ (як зовнішній кут ΔBIA). Отже, трикутник IKB — рівнобедрений, звідки $KI = KB$. Таким чином, $KI = KB = KC$.