ВАРІАНТ №31

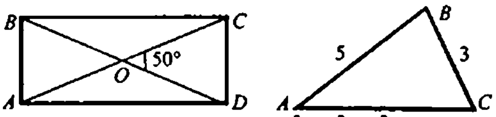
Частина 1

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
1.1			X		1.5			X		1.9		X		
1.2				X	1.6			X		1.10	X			
1.3		X			1.7	X				1.11				X
1.4		X			1.8		X			1.12			X	

1.7. $x - y = (-1)^5 = -1$. Якщо $x - y = -1$, то $x < y$.

1.8. $S_3 = 52$; $a_1 + a_2 + a_3 = 52$; $a_1 + a_1q + a_1q^2 = 52$; $a_1(1 + q + q^2) = 52$; $a_1(1 + 3 + 3^2) = 52$; $13a_1 = 52$; $a_1 = 4$.

1.10. $\angle CBD = 50° : 2 = 25°$.



1.11. За теоремою косинусів отримаємо: $AC^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cos 60° = 25 + 9 - 30 \cdot 0,5 = 34 - 15 = 19$; $AC = \sqrt{19}$ (см).

1.12. $2x - 2 \cdot 5 = 10$; $2x = 10 + 10$; $2x = 20$; $x = 10$.

Частина 2

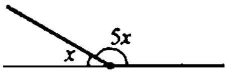
2.1.	–60		2.3.	500 г
2.2.	$y = -2x^2$		2.4.	12 сторін

2.1. $3\sqrt{1\frac{4}{9}}\sqrt{1\frac{3}{13}} - \sqrt{(-4)^6} = 3\sqrt{\frac{13}{9} \cdot \frac{16}{13}} - \sqrt{4^6} = 3\sqrt{\frac{16}{9}} - 4^3 = 3 \cdot \frac{4}{3} - 64 = -60$.

2.2. Параболу, вершина якої лежить у початку координат можна задати рівнянням $y = ax^2$. Отримаємо $-8 = 4a$; $a = -2$. Рівняння квадратичної функції: $y = -2x^2$.

2.3. Олово становить $100\% - 60\% = 40\%$ сплаву. Маса сплаву дорівнює: $200 : 0,4 = 500$ (г).

2.4. $x + 5x = 180$; $6x = 180$; $x = 30°$ — зовнішній кут. Сума зовнішніх кутів дорівнює $360°$, тому $360° : 30° = 12$. Многокутник має 12 сторін.



Частина 3

3.1. Нехай x км/год — власна швидкість човна. Тоді швидкість човна за течією — $(x + 3)$ км/год, і 45 км він подолає за $\frac{45}{x+3}$ год. Швидкість човна проти течії $(x - 3)$ км/год, і 45 км він подолає за $\frac{45}{x-3}$ год. Звідси: $\frac{45}{x+3} + \frac{45}{x-3} = 8$;

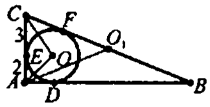
$$\frac{45(x-3)+45(x+3)-8(x^2-9)}{(x+3)(x-3)} = 0;\ \frac{-8x^2+90x+72}{(x+3)(x-3)} = 0;\ \frac{4x^2-45x-36}{(x+3)(x-3)} = 0.$$

$x_1 = -\frac{3}{4}$, $x_2 = 12$; $x_1 = -\frac{3}{4}$ не задовольняє умову задачі.

Відповідь: 12 км/год.

3.2. Нехай a, b і c — послідовні члени геометричної прогресії. Тоді $b^2 = ac$. Звідси $(a^2 + b^2)(b^2 + c^2) = (a^2 + ac)(ac + c^2) = ac(a + c)(a + c) = b^2(a + c)^2 = (ab + bc)^2$, що й потрібно було довести.

3.3. Нехай задане коло O радіуса r вписане у прямокутний трикутник ABC ($AB \perp AC$), $AE = 2$ см, $EC = 3$ см. За властивістю дотичних, проведених з однієї точки, $AE = AD = 2$ см, $CF = CE = 3$ см. Нехай $BF = BD = x$ см.



Тоді $AB = (x + 2)$ см, $BC = (x + 3)$ см, $AC = 5$ см. За теоремою Піфагора маємо: $AB^2 + AC^2 = BC^2$; $(x + 2)^2 + 5^2 = (x + 3)^2$; $x^2 + 4x + 4 + 25 = x^2 + 6x + 9$; $2x = 20$; $x = 10$. Отже, $BC = 10 + 3 = 13$ (см). Оскільки ΔBAC — прямокутний, то BC — діаметр описаного кола. $O_1C = \frac{BC}{2} = 6,5$ (см).

Відповідь: 6,5 см.

Частина 4

4.1. $(x+2)(x+3)(x+8)(x+12) = 4x^2$; $(x+2)(x+12)(x+3)(x+8) = 4x^2$;

$(x^2+14x+24)(x^2+11x+24) = 4x^2$; $((x^2+10x+24)+4x)((x^2+10x+24)+x) = 4x^2$;

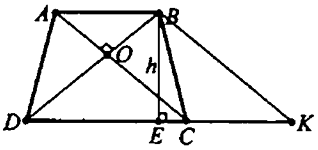
$(x^2+10x+24)^2 + x(x^2+10x+24) + 4x(x^2+10x+24) + 4x^2 = 4x^2$;

$(x^2+10x+24)^2 + 5x(x^2+10x+24) = 0$; $(x^2+10x+24)(x^2+10x+24+5x) = 0$;

$(x+6)(x+4)(x^2+15x+24) = 0$; $x_1 = -6, x_2 = -4, x_3 = -\frac{15+\sqrt{129}}{2}, x_4 = \frac{\sqrt{129}-15}{2}$.

Відповідь: -6; -4; $-\frac{15+\sqrt{129}}{2}$; $\frac{\sqrt{129}-15}{2}$.

4.2. Нехай $ABCD$ — задана рівнобічна трапеція, O — точка перетину діагоналей AC і BD, $BE = h$ — висота. Проведемо $BK \parallel AC$. $S_{ABCD} = S_{\Delta DBK}$ (оскільки $S_{\Delta BCK} = S_{\Delta DAB}$ — $AB = CK$ як протилежні сторони паралелограма, а їхні висоти дорівнюють h). ΔDBK — рівнобедрений прямокутний ($\angle DBK = 90°$). Тоді $S_{ABCD} = S_{\Delta DBK} = \frac{1}{2} \cdot 2h \cdot h = h^2$.



Відповідь: h^2.