ВАРІАНТ №32

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2			X	
1.3		X		
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6			X	
1.7	X			
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10				X
1.11	X			
1.12		X		

1.1. $\frac{1}{5}$ м + 35 см = 100 : 5 см + 35 см = 20 см + 35 см = 55 см.

1.2. $\frac{3^{\backslash 4}}{7}-\frac{1^{\backslash 7}}{4}=\frac{12-7}{28}=\frac{5}{28}$.

1.3. $7x-(2a-x)=7x-2a+x=8x-2a$.

1.4. $5x-20=0$; $5x=20$; $x=4$. $K(4;0)$.

1.5. $\frac{9y^6}{x^{12}}\cdot\frac{2x^4}{3y^2}=\frac{9y^6\cdot 2x^4}{x^{12}\cdot 3y^2}=\frac{3y^4\cdot 2}{x^8}=\frac{6y^4}{x^8}$.

1.6. $\left(\sqrt{3}-2\right)^2+\sqrt{48}=3-4\sqrt{3}+4+4\sqrt{3}=7$.

1.9. $\angle A=2\cdot 25°=50°$. Кут, суміжний з кутом $A=50°$, дорівнює: $180°-50°=130°$.

1.11. $S=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 6\cdot\sin 120°=9\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (см²).

1.12. Знайдемо радіус кола: $r=\sqrt{(-1+3)^2+(5-1)^2}=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}$.
Рівняння кола: $(x+3)^2+(y-1)^2=20$.

Частина 2

2.1.	−2; 1
2.2.	$y=2x-7$

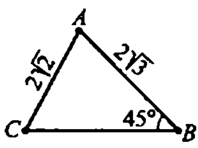
2.3.	40
2.4.	120°

2.1. $(x^2+x)^2+2(x^2+x)-8=0$. Нехай $x^2+x=y$. Отримаємо: $y^2+2y-8=0$; $y_1=-4$, $y_2=2$. Повертаємось до заміни: а) $x^2+x=-4$; $x^2+x+4=0$ — коренів немає; б) $x^2+x=2$; $x^2+x-2=0$; $x_1=-2$, $x_2=1$.

2.2. Лінійну функцію можна задати рівнянням $y=kx+b$. Отримаємо:
$\begin{cases}-5=k+b,\\-13=-3k+b;\end{cases}$ $\begin{cases}k+b=-5,\\3k-b=13;\end{cases}$ $\begin{cases}4k=8,\\3k-b=13;\end{cases}$ $\begin{cases}k=2,\\6-b=13;\end{cases}$ $\begin{cases}k=2,\\b=-7.\end{cases}$
Рівняння лінійної функції: $y=2x-7$.

2.3. $b_3=b_1\cdot q^2$; $5=b_1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2$; $b_1=20$. $S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{20}{1-0,5}=40$.

2.4. За теоремою синусів $\frac{\sin B}{AC}=\frac{\sin C}{AB}$;
$\sin C=\frac{AB\sin B}{AC}=\frac{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\cdot 2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\angle C=60°$ або $\angle C=120°$.



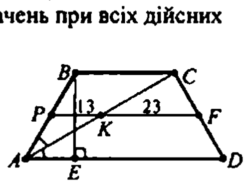
Частина 3

3.1. Нехай чисельник дробу x, тоді знаменник $x+5$. Після зміни дріб стане таким: $\frac{x+3}{(x+5)+4}$. Рівняння: $\frac{x+3}{x+9}-\frac{x}{x+5}=\frac{1}{8}$; $\frac{(x+3)(x+5)-x(x+9)}{(x+9)(x+5)}=\frac{1}{8}$;
$\frac{15-x}{(x+5)(x+9)}=\frac{1}{8}$; $\begin{cases}8(15-x)=(x+5)(x+9),\\x\neq-9,\ x\neq-5;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+22x-75=0,\\x\neq-9, x\neq-5;\end{cases}$ $x_1=-25$ — не задовольняє умову задачі, $x_2=3$. Шуканий дріб дорівнює $\frac{3}{8}$.

Відповідь: $\frac{3}{8}$.

3.2. $10a^2-6a-2ab+b^2+2=(9a^2-6a+1)+(a^2-2ab+b^2)+1=$
$=(3a-1)^2+(a-b)^2+1$ — вираз набуває додатних значень при всіх дійсних значеннях a і b. Отже, $10a^2-6a-2ab+b^2+2>0$.

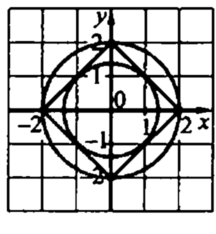
3.3. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD\|BC$, $AB=CD$), BE — її висота, AC — діагональ, PF — середня лінія, $PK=13$ см, $KF=23$ см. PK — середня лінія ΔBAC, тому $BC=13\cdot 2=26$ (см). Аналогічно з ΔACD $AD=23\cdot 2=46$ (см). За умовою, $\angle BAC=\angle CAD$. $\angle CAD=\angle BCA$ ($BC\|AD$, AC — січна). Тому $\angle BCA=\angle BAC$. Отже, $AB=BC=26$ см. $AE=(AD-BC):2=(46-26):2=10$ (см). З прямокутного трикутника ABE ($\angle E=90°$) маємо: $BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=$
$=\sqrt{26^2-10^2}=24$ (см). $S_{тр.}=\frac{AD+BC}{2}\cdot BE=\frac{46+26}{2}\cdot 24=864$ (см²).



Відповідь: 864 см².

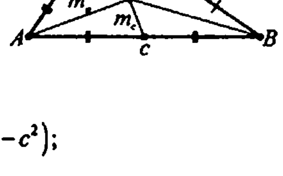
Частина 4

4.1. $\begin{cases}|x|+|y|=2,\\x^2+y^2=a^2.\end{cases}$ Якщо пара $(x_0;y_0)$ є розв'язком системи, то пари $(-x_0;y_0),(-x_0;-y_0),(x_0;-y_0)$ також є її розв'язками. Побудуємо графік першого рівняння системи. При $x\geq 0, y\geq 0$ це відрізок прямої $y=2-x$ з кінцями в точках $(0;2),(2;0)$. Загальний графік першого рівняння системи — квадрат з вершинами в точках $(0;2),(2;0),(0;-2),(-2;0)$ і зі стороною $\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ та діагоналлю $2+2=4$. Графік другого рівняння системи — коло з центром в точці $(0;0)$ радіуса $|a|$. Чотири спільні точки ці графіки матимуть лише тоді, коли коло буде вписане в квадрат або описане навколо нього. Це можливо при $|a|=\sqrt{2}$ або $|a|=2$. Маємо: $a=\pm\sqrt{2}$ або $a=\pm 2$.



Відповідь: $\pm\sqrt{2};\pm 2$.

4.2. Для медіан трикутника справедливі формули:
$m_a^2=\frac{1}{4}\left(2b^2+2c^2-a^2\right)$, $m_b^2=\frac{1}{4}\left(2a^2+2c^2-b^2\right)$,
$m_c^2=\frac{1}{4}\left(2a^2+2b^2-c^2\right)$.



Тоді з формули $m_a^2+m_b^2=5m_c^2$ одержимо:
$\frac{1}{4}\left(2b^2+2c^2-a^2\right)+\frac{1}{4}\left(2a^2+2c^2-b^2\right)=\frac{5}{4}\left(2a^2+2b^2-c^2\right)$;
$2b^2+2c^2-a^2+2a^2+2c^2-b^2=10a^2+10b^2-5c^2$;
$a^2+b^2+4c^2=10a^2+10b^2-5c^2$;
$9c^2=9a^2+9b^2$; $c^2=a^2+b^2$.
А це означає, що за теоремою, оберненою до теореми Піфагора, трикутник прямокутний.