ВАРІАНТ №34

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			Х	
1.2		Х		
1.3				Х
1.4			Х	

	А	Б	В	Г
1.5		Х		
1.6			Х	
1.7				Х
1.8		Х		

	А	Б	В	Г
1.9		Х		
1.10			Х	
1.11				Х
1.12		Х		

1.1. $\frac{3}{5}\cdot 180^\circ = 3\cdot 36^\circ = 108^\circ$.

1.2. $x : 5 = 8 : 10$; $x = (5\cdot 8) : 10 = 4$.

1.4. $5c^2 - 5d^2 = 5(c^2 - d^2) = 5(c-d)(c+d)$.

1.5. $-x - 5 \ge 0$; $-x \ge 5$; $x \le -5$. $x \in (-\infty; -5]$.

1.6. $3\cdot 10^8 \cdot 0{,}5\cdot 10^6 = 1{,}5\cdot 10^{14}$ (м).

1.9. $180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$.

1.11. $AO = \sqrt{(-8)^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$.

1.12. Нехай задано рівносторонній трикутник ABC і центр O описаного навколо нього кола. Отримаємо: $S_{ABC} = 3S_{ABO} = 3\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\cdot \sin 120^\circ = 24\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$ (см²).

Частина 2

2.1.	0,5
2.2.	–7; –6
2.3.	$p = 2$; $q = -5$
2.4.	60 см

2.1. $\frac{4a}{a^2-4} : \left(\frac{a+2}{a-2} - \frac{a-2}{a+2}\right) = \frac{4a}{a^2-4} : \frac{(a+2)^2-(a-2)^2}{a^2-4} = \frac{4a}{a^2-4}\cdot\frac{a^2-4}{8a} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

2.2. $\begin{cases}\frac{x}{5} < \frac{x-1}{6} \,\Big|\cdot 30,\\ 2(1-x)+5 > 14-3(x+5);\end{cases}$ $\begin{cases}6x < 5x-5,\\ 2-2x+5 > 14-3x-15;\end{cases}$ $\begin{cases}x < -5,\\ x > -8;\end{cases}$

$-8 < x < -5$. Цілими розв'язками системи нерівностей є: –7; –6.

2.3. $y = x^2 + px + q$. $\begin{cases}-2 = 1^2 + p + q,\\ 3 = (-4)^2 - 4p + q;\end{cases}$ $\begin{cases}p+q = -3,\\ 4p - q = 13;\end{cases}$ $\begin{cases}q = -p-3,\\ 5p = 10;\end{cases}$ $\begin{cases}q = -5,\\ p = 2.\end{cases}$

2.4. $AB = 20 = 4x$; $x = 5$ (см). $2x + 3x + 3x + 4x = 12x = 12\cdot 5 = 60$ (см).

Частина 3

3.1. Нехай швидкість течії дорівнює x км/год. Тоді швидкість катера за течією — $(20+x)$ км/год і час його руху — $\frac{22}{20+x}$ год, а швидкість катера проти течії — $(20-x)$ км/год і час його руху — $\frac{36}{20-x}$ год. Пліт пропливе 6 км за $\frac{6}{x}$ год.

Рівняння: $\frac{22}{20+x} + \frac{36}{20-x} = \frac{6}{x}$; $\frac{22x(20-x)+36x(20+x)-6(400-x^2)}{x(20-x)(20+x)} = 0$;

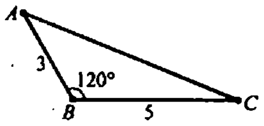
$\frac{440x-22x^2+720x+36x^2-2400+6x^2}{x(20-x)(20+x)} = 0$; $\frac{20x^2+1160x-2400}{x(20-x)(20+x)} = 0$;

$\frac{x^2+58x-120}{x(20-x)(20+x)} = 0$; $x_1 = -60$ не задовольняє умову задачі, $x_2 = 2$ (км/год).

Відповідь: 2 км/год.

3.2. Нехай x_1 та x_2 — корені даного рівняння, x_1' та x_2' — корені шуканого рівняння. Тоді $x_1' = x_1 + 3$, $x_2' = x_2 + 3$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = 2$, $x_1x_2 = -7$.
Маємо: $x_1' + x_2' = x_1 + 3 + x_2 + 3 = (x_1 + x_2) + 6 = 2 + 6 = 8$;
$x_1'x_2' = (x_1+3)(x_2+3) = x_1x_2 + 3(x_1+x_2) + 9 = -7 + 3\cdot 2 + 9 = 8$. За теоремою, оберненою до теореми Вієта, отримуємо рівняння $x^2 - 8x + 8 = 0$.
Відповідь: $x^2 - 8x + 8 = 0$.

3.3. Нехай ABC — заданий трикутник, $BC = 5$ см, $AB = 3$ см, $\angle ABC = 120^\circ$. За теоремою косинусів маємо: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\cdot BC\cdot\cos\angle ABC$;
$AC^2 = 3^2 + 5^2 - 2\cdot 3\cdot 5\cdot\cos 120^\circ = 9 + 25 + 15 = 49$;
$AC = 7$ (см). $P_{ABC} = 5 + 3 + 7 = 15$ (см). Периметри подібних фігур відносяться як лінійні розміри цих фігур. Тому сторони подібного трикутника будуть у $\frac{30}{15} = 2$ (рази) більші за сторони заданого, тобто $5\cdot 2 = 10$ (см), $3\cdot 2 = 6$ (см), $7\cdot 2 = 14$ (см). Тоді площа подібного трикутника дорівнюватиме: $S = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 10\cdot\sin 120^\circ = 30\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$ (см²).



Відповідь: $15\sqrt{3}$ см².

Частина 4

4.1. $\sqrt{11-2\sqrt{28}} - \sqrt{11+2\sqrt{28}} = \sqrt{\left(\sqrt{7}\right)^2 - 2\sqrt{7\cdot 4} + \left(\sqrt{4}\right)^2} - \sqrt{\left(\sqrt{7}\right)^2 + 2\sqrt{7\cdot 4} + \left(\sqrt{4}\right)^2} =$

$= \sqrt{\left(\sqrt{7}-\sqrt{4}\right)^2} - \sqrt{\left(\sqrt{7}+\sqrt{4}\right)^2} = \left|\sqrt{7}-2\right| - \left|\sqrt{7}+2\right| = \left(\sqrt{7}-2\right) - \left(\sqrt{7}+2\right) = -4$.

4.2. Рівняння кола має вигляд: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$, де $O(a; b)$ — координати центра кола, R — радіус кола. Тоді $OA = OB = OC = R$. Точки $A(2; 9)$, $B(11; 0)$ і $C(-5; -4)$ належать колу, тому задовольняють його рівняння:

$$\begin{cases}(2-a)^2 + (9-b)^2 = R^2,\\ (11-a)^2 + (0-b)^2 = R^2,\\ (-5-a)^2 + (-4-b)^2 = R^2.\end{cases}$$

Прирівняємо перші два рівняння:
$4 - 4a + a^2 + 81 - 18b + b^2 = 121 - 22a + a^2 + b^2$; $18a - 18b = 36$; $a - b = 2$.
Аналогічно, прирівнявши друге й третє рівняння, одержимо: $4a + b = 10$.
$\begin{cases}a - b = 2,\\ 4a + b = 10;\end{cases}$ $\begin{cases}a = 2{,}4,\\ b = 0{,}4.\end{cases}$ Тоді $O(2{,}4; 0{,}4)$. Підставивши координати центра в одне з рівнянь, одержимо: $(11-2{,}4)^2 + 0{,}4^2 = R^2$; $R^2 = 74{,}12$. Шукане рівняння: $(x-2{,}4)^2 + (y-0{,}4)^2 = 74{,}12$.
Відповідь: $(x-2{,}4)^2 + (y-0{,}4)^2 = 74{,}12$.