

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2			X	
1.3		X		
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6	X			
1.7			X	
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10			X	
1.11		X		
1.12			X	

1.2. $(-3,5 + 15) : (-10,8 + 5,8) = 11,5 : (-5) = -2,3$.

1.4. $-2(x - 0,5) = -3x + 6; -2x + 1 = -3x + 6; -2x + 3x = 6 - 1; x = 5$.

1.5. $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1$.

1.6. $\frac{5x(x+3)}{x^2+3x} = \frac{5x(x+3)}{x(x+3)} = 5$.

1.7. $S_8 = \frac{2a_1 + 7d}{2} \cdot 8 = \frac{2 \cdot 2,5 + 7 \cdot (-2)}{2} \cdot 8 = -36$.

1.10. $d_1^2 + d_2^2 = 4a^2; 12^2 + d_2^2 = 4 \cdot 8^2; 144 + d_2^2 = 256; d_2^2 = 112; d_2 = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$ (см).

1.11. $\bar{a}\bar{b} = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cdot \cos \angle(\bar{a}\bar{b}) = 5 \cdot 4 \cdot \cos 30^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$.

1.12. Оскільки $12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 = 13^2$, то заданий трикутник прямокутний.

Частина 2

2.1.	b^{-7}
2.2.	$\frac{\sqrt{13} + \sqrt{5}}{2}$

2.3.	$x \in \{-2; 2\}$
2.4.	5

2.1. $(4a^4b^{-3})^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2}a^{-2}b^5\right)^{-2} = \frac{1}{4}a^{-4}b^3 \cdot 4a^4b^{-10} = b^{-7}$.

2.2. $\frac{4}{\sqrt{13} - \sqrt{5}} = \frac{4(\sqrt{13} + \sqrt{5})}{(\sqrt{13} - \sqrt{5})(\sqrt{13} + \sqrt{5})} = \frac{4(\sqrt{13} + \sqrt{5})}{13 - 5} = \frac{\sqrt{13} + \sqrt{5}}{2}$.

2.3. $\begin{cases} 2x^2 - 5x - 18 \leq 0, \\ -4x + 8 > 0; \end{cases} \begin{cases} 2(x+2)(x-4,5) \leq 0, \\ x < 2; \end{cases} \begin{cases} x \in [-2; 4,5], \\ x \in (-\infty; 2); \end{cases} x \in [-2; 2)$.

2.4. Точка M — середина відрізка BC . Її координати:

$x_M = \frac{-4+6}{2} = 1; y_M = \frac{3+1}{2} = 2. M(1; 2). AM = \sqrt{(1-5)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{16+9} = 5$.

Частина 3

3.1. Нехай за 1 год друга бригада виготовляла x деталей, тому вона затратила $\frac{450}{x}$ год. Тоді за 1 год перша бригада виготовляла $(x+5)$ деталей і затратила

$\frac{450}{x+5}$ год. Рівняння: $\frac{450}{x} - \frac{450}{x+5} = 1; \frac{450(x+5) - 450x - x(x+5)}{x(x+5)} = 0;$

$\frac{x^2 + 5x - 2250}{x(x+5)} = 0; x_1 = -50$ — не задовольняє умову задачі, $x_2 = 45$ (дет.).

Перша бригада виготовила $45 + 5 = 50$ (деталей).

Відповідь: 50 і 45 деталей.

3.2. Нехай у коробці x чорних кульок. Тоді разом у коробці $(x+10)$ кульок.

Імовірність вибрати чорну кульку з коробки дорівнює $\frac{x}{x+10}$. За умовою,

$\begin{cases} \frac{x}{x+10} > 0,4, \\ \frac{x}{x+10} < 0,5, \end{cases}$ тобто $\begin{cases} \frac{x-0,4x-4}{x+10} > 0, \\ \frac{x-0,5x-5}{x+10} < 0; \end{cases} \begin{cases} \frac{0,6x-4}{x+10} > 0, \\ \frac{0,5x-5}{x+10} < 0. \end{cases}$ Оскільки $x+10 > 0$, то

маємо: $\begin{cases} 0,6x-4 > 0, \\ 0,5x-5 < 0; \end{cases} \begin{cases} x > 6\frac{2}{3}, \\ x < 10. \end{cases}$ Отже, чорних кульок може бути 7, 8 або 9.

Відповідь: 7, 8 або 9.

3.3. Нехай ABC — заданий рівнобедрений трикутник, $AB = CB = 20$ см, AD — бісектриса, $AC = 5$ см. BE — висота трикутника. За властивістю бісектриси трикутника

$\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC}$, звідки $\frac{BD}{20} = \frac{20-BD}{5}; 5BD = 400 - 20BD;$

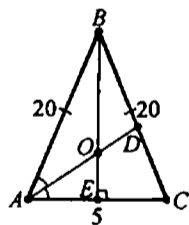
$BD = 16$ (см). $DC = 20 - 16 = 4$ (см).

$\cos \angle C = \frac{EC}{BC} = \frac{5:2}{20} = \frac{1}{8}$. За теоремою косинусів для

трикутника ADC маємо: $AD^2 = AC^2 + DC^2 - 2AC \cdot DC \cdot \cos \angle C =$

$= 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \frac{1}{8} = 36; AD = 6$ см.

Відповідь: 6 см.



Частина 4

4.1. При $x = -3$ значення даного виразу дорівнює 0, тому:

$x^3 - x^2 - 15x - 9 = (x^3 + 3x^2) - (4x^2 + 12x) - (3x + 9) =$

$= x^2(x+3) - 4x(x+3) - 3(x+3) = (x+3)(x^2 - 4x - 3)$.

Розв'яжемо рівняння: $x^2 - 4x - 3 = 0; x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4+3}; x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{7}$.

Маємо: $(x+3)(x^2 - 4x - 3) = (x+3)(x-2-\sqrt{7})(x-2+\sqrt{7})$.

Відповідь: $(x+3)(x-2-\sqrt{7})(x-2+\sqrt{7})$.

4.2. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, BD і AC — його діагоналі, $BD = d_1, AC = d_2$. Позначимо $\angle DAB = \alpha$. Розглянемо $\triangle DAB$. За теоремою косинусів $d_1^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$. За теоремою косинусів з $\triangle CDA$ $d_2^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(180 - \alpha) = a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha$. Помножимо ці рівності: $d_1^2 d_2^2 = (a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha)(a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha);$

$d_1^2 d_2^2 = (a^2 + b^2)^2 - (2ab \cos \alpha)^2; d_1^2 d_2^2 = a^4 + 2a^2 b^2 + b^4 - 4a^2 b^2 \cos^2 \alpha$. Оскільки

$a^4 + b^4 = d_1^2 d_2^2$, то $d_1^2 d_2^2 = d_1^2 d_2^2 + 2a^2 b^2 (1 - 2 \cos^2 \alpha); 2a^2 b^2 (1 - 2 \cos^2 \alpha) = 0;$

$1 - 2 \cos^2 \alpha = 0; \cos^2 \alpha = \frac{1}{2};$

1. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}; \alpha = 45^\circ; 2. \cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \alpha = 135^\circ$. Тоді гострий кут паралелограма дорівнює $180^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. В обох випадках гострий кут паралелограма дорівнює 45° .

