ВАРІАНТ №36

Частина 1

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
1.1	X				1.5			X		1.9			X	
1.2				X	1.6				X	1.10				X
1.3			X		1.7			X		1.11			X	
1.4		X			1.8		X			1.12	X			

1.1. $789-(289-25)=789-289+25=500+25=525.$

1.3. $11-4x=27$; $-4x=27-11$; $-4x=16$; $x=-4$.

1.7. Якщо $1<a<3$, то: $1\cdot5<5a<3\cdot5$; $5<5a<15$.

1.8. $a_5=a_1+4d$; $35=a_1+4\cdot6$; $a_1=35-24$; $a_1=11$.

1.9. $\angle MOB=60^\circ:2=30^\circ$; $\angle AOM=180^\circ-30^\circ=150^\circ$.

1.12. $\overline{MN}=\overline{(2-4;-2+1)}=\overline{(-2;-1)}$; $\left|\overline{MN}\right|=\sqrt{(-2)^2+(-1)^2}=\sqrt5$.

Частина 2

2.1.	1	2.3.	$\frac{1}{3}$
2.2.	8	2.4.	88 см^2

2.1. $\frac{12}{\sqrt{3x+1}}=6$; $\frac{2}{\sqrt{3x+1}}=1$; $\sqrt{3x+1}=2$; $3x+1=4$; $3x=3$; $x=1$.

2.2. Віссю симетрії параболи є пряма $x=\frac{-b}{2a}$. Тоді для параболи $y=2x^2+bx-7$ отримаємо: $-2=-\frac{b}{2\cdot2}$; $b=8$. Рівняння параболи $y=2x^2+8x-7$.

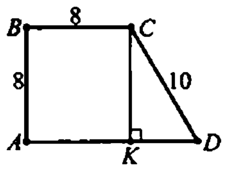
2.3. Число 24 має 8 натуральних дільників (1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24), а усіх натуральних чисел 24, тому шукана ймовірність дорівнює $\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$.

2.4. $AK=BC=8$ см, $AB=CK=8$ см.

$KD=\sqrt{10^2-8^2}=6$ (см).

$AD=AK+KD=8+6=14$ (см).

$S=\frac{AD+BC}{2}\cdot CK=\frac{14+8}{2}\cdot8=88$ (см^2).



Частина 3

3.1. Нехай у початковому сплаві було x г срібла, тоді його вміст у сплаві $\frac{x}{x+20}$. У новому сплаві стало $(x+5)$ г срібла і $(10+20)=30$ г золота, а вміст срібла у новому сплаві $\frac{x+5}{(x+5)+30}=\frac{x+5}{x+35}$. Отриманий сплав містить на $5\%=\frac{1}{20}$ більше срібла, ніж початковий: $\frac{x+5}{x+35}-\frac{x}{x+20}=\frac{1}{20}$;

$\frac{(x+5)(x+20)-x(x+35)}{(x+20)(x+35)}=\frac{1}{20}$; $\frac{10(10-x)}{(x+20)(x+35)}=\frac{1}{20}$;

$\begin{cases}200(10-x)=(x+20)(x+35),\\ x\neq-35,\ x\neq-20;\end{cases}$ $\begin{cases}2000-200x=x^2+35x+20x+700,\\ x\neq-35,\ x\neq-20;\end{cases}$

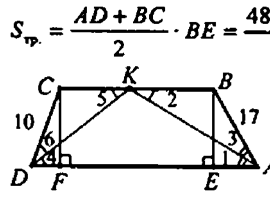
$\begin{cases}x^2+255x-1300=0,\\ x\neq-35,\ x\neq-20;\end{cases}$ $x_1=-260$ — не задовольняє умову задачі, $x_2=5$ (г).

Відповідь: 5 г.

3.2. Усіх двоцифрових чисел є: $99-9=90$. Скориставшись властивістю арифметичної прогресії (a_n), знайдемо кількість двоцифрових чисел, кратних 4: $a_1=12, a_n=96, d=4$. Оскільки $a_n=a_1+d(n-1)$, то $96=12+4(n-1)$. Звідки $n=22$. Аналогічно знайдемо кількість двоцифрових чисел, кратних 5: $a_1=10$, $a_n=95$, $d=5$. Отже, $95=10+5(n-1)$. Звідки $n=18$. Виключимо один раз числа, які враховані двічі, це числа кратні 4 і 5, тобто кратні 20: $a_1=20$, $a_n=80$, $d=20$. Отже, $80=20+20(n-1)$. Звідки $n=4$. Тому кількість двоцифрових чисел, які діляться на 4 або 5, дорівнює $22+18-4=36$. Отже, ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове число буде кратне 4 або 5, дорівнює: $\frac{36}{90}=\frac{2}{5}$. *В-дь*: $\frac{2}{5}$.

3.3. Нехай $ABCD$ $(AD\parallel BC)$ — трапеція, $AB=17$ см, $CD=10$ см, BE і CF — висоти трапеції, $BE=CF=8$ см, K — точка основи BC, AK і DK — бісектриси кутів A і D відповідно. $\angle1=\angle3$, бо AK — бісектриса кута A, $\angle1=\angle2$ як внутрішні різносторонні кути при перетині паралельних прямих AD і BC січною AK. Отже, $\angle3=\angle2$ і трикутник ABK — рівнобедрений, $BK=AB=17$ см. Аналогічно $\angle5=\angle6$ і $KC=CD=10$ см. З трикутника AEB $(\angle E=90^\circ)$ маємо: $AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=\sqrt{17^2-8^2}=15$ (см). Аналогічно $DF=\sqrt{10^2-8^2}=6$ (см). Знайдемо AD: $AD=AE+EF+FD=15+BC+6=15+(10+17)+6=48$ (см).

Площа трапеції дорівнює: $S_{\text{тр.}}=\frac{AD+BC}{2}\cdot BE=\frac{48+27}{2}\cdot8=300$ (см^2).



Відповідь: 300 см^2.

Частина 4

4.1. $|x+2|+|x-1|-|x-4|>3$.

1) При $x<-2$: $-(x+2)-(x-1)+(x-4)>3; x<-8$. Отже $x\in(-\infty;-8)$;

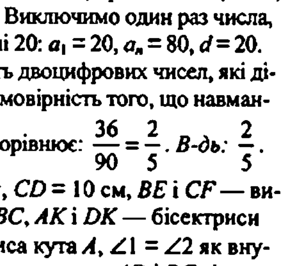
2) при $-2\le x<1: (x+2)-(x-1)+(x-4)>3; x>4$. Отже, $x\in\varnothing$;

3) при $1\le x<4: (x+2)+(x-1)+(x-4)>3; 3x>6; x>2$. Отже, $x\in(2;4)$;

4) при $x\ge4: (x+2)+(x-1)-(x-4)>3; x>-2$. Отже, $x\in[4;+\infty)$.

Відповідь: $(-\infty;-8)\cup(2;+\infty)$.

4.2. Нехай ABC — заданий трикутник, у якого проведено медіани $AM=5$ см, $BP=\sqrt{73}$ см, $CN=2\sqrt{13}$ см. Виразимо довжини сторін через медіани. Продовжимо відрізок OP: $OP=PO_1$. $AOCO_1$ — паралелограм.



За властивістю паралелограма одержимо:

$$AC^2+\left(\frac{2}{3}m_b\right)^2=2\left(\left(\frac{2}{3}m_a\right)^2+\left(\frac{2}{3}m_c\right)^2\right);$$

$$AC^2=\frac{8}{9}m_a^2+\frac{8}{9}m_c^2-\frac{4}{9}m_b^2;\quad AC=b=\frac{2}{3}\sqrt{2m_a^2+2m_c^2-m_b^2}.$$

Аналогічно: $BC=a=\frac{2}{3}\sqrt{2m_b^2+2m_c^2-m_a^2}$, $AB=c=\frac{2}{3}\sqrt{2m_a^2+2m_b^2-m_c^2}$.

Тоді: $a=\frac{2}{3}\sqrt{2\cdot\left(\sqrt{73}\right)^2+2\cdot\left(2\sqrt{13}\right)^2-5^2}=\frac{2}{3}\sqrt{225}=10$ (см);

$b=\frac{2}{3}\sqrt{2\cdot5^2+2\cdot\left(2\sqrt{13}\right)^2-\left(\sqrt{73}\right)^2}=\frac{2}{3}\sqrt{81}=6$ (см);

$c=\frac{2}{3}\sqrt{2\cdot5^2+2\cdot\left(\sqrt{73}\right)^2-\left(2\sqrt{13}\right)^2}=\frac{2}{3}\sqrt{144}=8$ (см).

Оскільки $10^2=8^2+6^2$, то за теоремою, оберненою до теореми Піфагора, трикутник ABC — прямокутний