ВАРІАНТ №37

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1	X			
1.2			X	
1.3				X
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6		X		
1.7				X
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10	X			
1.11				X
1.12			X	

1.2. $5\frac{5}{6}+1\frac{1}{8}=6\frac{20+3}{24}=6\frac{23}{24}$.

1.5. $\frac{5m^6}{6}\cdot\frac{3}{m^2}=\frac{5m^6\cdot 3}{6\cdot m^2}=\frac{5m^4\cdot 1}{2\cdot 1}=\frac{5m^4}{2}$.

1.6. Якщо $a>0$, то: $-3a\sqrt{3}=-\sqrt{(3a)^2\cdot 3}=-\sqrt{27a^2}$.

1.7. $y=x^2-2x-3$. $x_в=\frac{-b}{2a}=\frac{2}{2}=1$; $y_в=y(1)=1^2-2\cdot 1-3=-4$. $K(1;-4)$.

1.8. Усіх кульок у коробці $5+7+3=15$, не зелених кульок — $7+3=10$.

Шукана ймовірність дорівнює: $\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$.

1.11. Знайдемо кут між бічними сторонами трикутника: $180°-30°-30°=$ $=120°$. $S_{\triangle}=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 8\cdot\sin 120°=32\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=16\sqrt{3}$ (см²).

1.12. Нехай K — середина відрізка AB. Тоді: $x_K=\frac{3-1}{2}=1$; $y_K=\frac{-2+4}{2}=1$;

$K(1;1)$. $OK=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$.

Частина 2

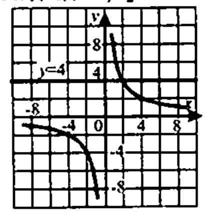
2.1.	9
2.2.	(0; 2)

2.3.	5; 2
2.4.	7 см

2.1. $\frac{12-x}{x^2+6x}+\frac{3}{x^2-6x}=\frac{6}{x^2-36}$; $\frac{12-x}{x(x+6)}+\frac{3}{x(x-6)}=\frac{6}{(x-6)(x+6)}\,\Big|\cdot x(x-6)(x+6)$.

Якщо $x\neq 0$ та $x\neq\pm 6$, то: $(12-x)(x-6)+3(x+6)=6x$; $12x-72-x^2+6x+3x+18=6x$; $-x^2+15x-54=0$; $x^2-15x+54=0$; $x_1=6$ — не підходить, $x_2=9$.

2.2. Графіком функції $y=\frac{8}{x}$ є гіпербола. Побудуємо графік по точках.



x	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
y	-1	-2	-4	-8	8	4	2	1

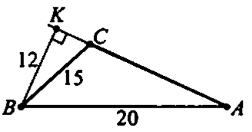
Функція набуває значень, більших за 4, якщо $0<x<2$.

2.3. Нехай (a_n) арифметична прогресія, у якій $a_1=8$, $a_4=-1$. Отримаємо: $a_4=a_1+3d$; $-1=8+3d$; $3d=-9$; $d=-3$. Тоді: $a_2=8+d=8-3=5$; $a_3=8+2d=8-6=2$.

2.4. $KC=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{81}=9$ (см).

$AK=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16$ (см).

$AC=AK-KC=16-9=7$ (см).



Частина 3

3.1. Нехай x км/год — власна швидкість човна, а y км/год — швидкість течії. Тоді швидкість човна за течією — $(x+y)$ км/год, а проти течії — $(x-y)$ км/год. За 5 год руху за течією човен проплив $5(x+y)$ км, а за 2 год озером він проплив $2x$ км, що разом становить 123 км. Звідси: $2x+5(x+y)=123$. Оскільки за 5 год руху за течією човен долає відстань, у 3 рази більшу, ніж за 2 год руху проти течії, то: $5(x+y)=3\cdot 2(x-y)$. Система:

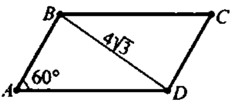
$\begin{cases}2x+5(x+y)=123,\\5(x+y)=6(x-y);\end{cases}$ $\begin{cases}7x+5y=123,\\-x+11y=0;\end{cases}$ $\begin{cases}77y+5y=123;\\x=11y,\end{cases}$ $\begin{cases}82y=123,\\x=11y;\end{cases}$ $\begin{cases}y=1{,}5,\\x=11y;\end{cases}$

$\begin{cases}y=1{,}5,\\x=16{,}5.\end{cases}$

Відповідь: 16,5 км/год і 1,5 км/год.

3.2. Перетворимо різницю: $(a-2)^2-5-2(a-6)=a^2-4a+4-5-2a+12=$ $=a^2-6a+11=(a^2-6a+9)+2=(a-3)^2+2$ — вираз набуває додатних значень при всіх дійсних значеннях a. Отже, $(a-2)^2-5>2(a-6)$ при всіх дійсних значеннях a.

3.3. Нехай $ABCD$ — заданий паралелограм, $\angle A=$ $=\angle C=60°$, $BD=4\sqrt{3}$ см, $\angle ABD:\angle DBC=3:1$. За властивістю кутів паралелограма $\angle ABC=180°-60°=120°$. Нехай $\angle DBC=x$, тоді $\angle ABD=3x$. $x+3x=120°$; $4x=120°$; $x=30°$. $\angle DBC=30°$, $\angle ABD=3\cdot 30=90°$.



Якщо ж $\angle ABD:\angle DBC=1:3$, то $\angle DBC=90°$, $\angle ABD=30°$.

З прямокутного трикутника ABD ($\angle B=90°$): $AB=\frac{BD}{\operatorname{tg}60°}=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=4$ (см),

$AD=\frac{BD}{\sin 60°}=4\sqrt{3}:\frac{\sqrt{3}}{2}=8$ (см). $P_{ABCD}=2(4+8)=24$ (см).

Відповідь: 24 см.

Частина 4

4.1. $|x-y|+|x+y|=2$. Нехай пара $(x_1;y_1)$ — розв'язок даного рівняння, тоді, використавши властивість модуля, отримуємо, що пари $(-x_1;y_1),(x_1;-y_1)$, $(-x_1;-y_1)$ теж корені даного рівняння. Наприклад, для пари $(-x_1;y_1)$ маємо: $|-x_1-y_1|+|-x_1+y_1|=|x_1+y_1|+|x_1-y_1|$. Будуємо графік рівняння в першій чверті координатної площини. Маємо: $|x-y|+x+y=2$.

1) При $x\geq y$: $x-y+x+y=2$; $2x=2$; $x=1$;

2) при $x<y$: $-(x-y)+x+y=2$; $2y=2$; $y=1$.

Для першої чверті одержимо графік див. рис. 1. Використавши симетрію розв'язків даного рівняння відносно осей координат, отримаємо кінцевий графік — квадрат з вершинами в точках: (1; 1), (–1; 1), (–1; –1), (1; –1) (рис. 2).

Рис. 1

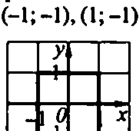
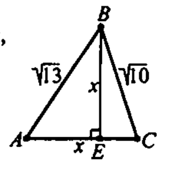


Рис. 2

4.2. Нехай ABC — заданий трикутник, $BE\perp AC$, $AB=\sqrt{13}$ см, $BC=\sqrt{10}$ см, $AC=BE=x$ см. З $\triangle AEB$ $AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=$ $=\sqrt{13-x^2}$ (см). З $\triangle CEB$ $EC=\sqrt{BC^2-BE^2}=\sqrt{10-x^2}$ (см).



Рівняння: $\sqrt{13-x^2}+\sqrt{10-x^2}=x$; $13-x^2+2\sqrt{(13-x^2)(10-x^2)}+$ $+10-x^2=x^2$; $2\sqrt{(13-x^2)(10-x^2)}=3x^2-23$;

$\begin{cases}4(13-x^2)(10-x^2)=9x^4-138x^2+529,\\3x^2-23\geq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}520-52x^2-40x^2+4x^4=9x^4-138x^2+529,\\3x^2-23\geq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}5x^4-46x^2+9=0,\\3x^2-23\geq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}(5x^2-1)(x^2-9)=0,\\3x^2-23\geq 0;\end{cases}$

1. $\begin{cases}x^2=\frac{1}{5}\text{ — не підходить,}\\3x^2-23\geq 0;\end{cases}$ 2. $\begin{cases}x^2=9,\\3x^2-23\geq 0;\end{cases}$ $x_1=3$, $x_2=-3$ — не підходить.

Отже, $AC=3$ см.

Відповідь: 3 см.