ВАРІАНТ №39

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1				Х
1.2			Х	
1.3		Х		
1.4			Х	

	А	Б	В	Г
1.5	Х			
1.6		Х		
1.7			Х	
1.8		Х		

	А	Б	В	Г
1.9				Х
1.10			Х	
1.11		Х		
1.12		Х		

1.2. 180 км = 180000 м = 18000000 см. 18000000 см : 5000000 = 18 см : 5 = 3,6 см.

1.5. $-2,5\sqrt{4^2} = -2,5\cdot 4 = -10$.

1.6. $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^{-2}\cdot a^4\cdot b^{-7} = \frac{a^{-6}}{b^{-4}}\cdot a^4\cdot b^{-7} = a^{-6}\cdot b^4\cdot a^4\cdot b^{-7} = a^{-2}b^{-3}$.

1.7. 3,5 : 20 · 400 = 70 (кг).

1.9. $\angle K = 180° - 35° - 25° = 120°$. Отже, трикутник MNK — тупокутний.

1.11. $x_M = \frac{2-6}{2} = -2$; $y_M = \frac{-3+7}{2} = 2$; $M(-2; 2)$.

1.12. $R = 4\sqrt{3}$ (см). $r = 4\sqrt{3}\cos 30° = 4\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 6$ (см). $S = \pi\cdot 6^2 = 36\pi$ (см²).

Частина 2

2.1.	−1
2.2.	0; 1
2.3.	$a = 3$; $b = -2$
2.4.	9 см

2.1. $\left(\frac{a}{b^2-ab}+\frac{b}{a^2-ab}\right)\cdot\frac{ab}{b+a} = \left(-\frac{a}{b(a-b)}+\frac{b}{a(a-b)}\right)\cdot\frac{ab}{a+b} =$

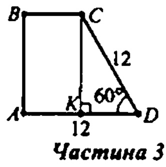
$= \frac{-a^2+b^2}{ab(a-b)}\cdot\frac{ab}{a+b} = -\frac{(a-b)(a+b)ab}{ab(a-b)(a+b)} = -1.$

2.2. $0 < 1 + \frac{2-3x}{2} < 3$; $\begin{cases}1+\frac{2-3x}{2} > 0 \,\big|\cdot 2,\\ 1+\frac{2-3x}{2} < 3 \,\big|\cdot 2;\end{cases}$ $\begin{cases}2+2-3x > 0,\\ 2+2-3x < 6;\end{cases}$ $\begin{cases}-3x > -4,\\ -3x < 2;\end{cases}$ $\begin{cases}x < \frac{4}{3},\\ x > -\frac{2}{3};\end{cases}$

$-\frac{2}{3} < x < 1\frac{1}{3}$. Цілими розв'язками нерівності є: 0; 1.

2.3. $y = ax^2 + bx - 5$. $\begin{cases}-4 = a+b-5,\\ 11 = a(-2)^2 - 2b - 5;\end{cases}$ $\begin{cases}a+b = 1,\\ 4a - 2b = 16;\end{cases}$ $\begin{cases}b = 1-a,\\ 4a - 2 + 2a = 16;\end{cases}$ $\begin{cases}b = -2,\\ a = 3.\end{cases}$

2.4. $KD = CD\cos 60° = 12\cdot 0,5 = 6$ (см). $BC = AD - KD =$ $= 12 - 6 = 6$ (см). $l = \frac{AD+BC}{2} = \frac{12+6}{2} = 9$ (см).



Частина 3

3.1. Нехай x км/год — швидкість першого туриста, а y км/год — швидкість другого туриста. До зустрічі перший турист пройшов $2x$ км, а другий — $2y$ км. Рівняння: $2x + 2y = 20$. $\frac{20}{x}$ год — час руху першого туриста з 1-го пункту в 2-ий, що на 1 год 40 хв = $\frac{5}{3}$ год більше від $\frac{20}{y}$ год — часу руху другого туриста з 2-го пункту в 1-ий. Рівняння: $\frac{20}{x}-\frac{20}{y}=\frac{5}{3}$; $\frac{4}{x}-\frac{4}{y}=\frac{1}{3}$.

Система: $\begin{cases}2x+2y = 20,\\ \frac{4}{x}-\frac{4}{y}=\frac{1}{3};\end{cases}$ $\begin{cases}x = 10-y,\\ \frac{12y-12x-xy}{3xy} = 0;\end{cases}$ ОДЗ: $x \neq 0$, $y \neq 0$.

$\begin{cases}x = 10-y,\\ 12y - 12(10-y) - y(10-y) = 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x = 10-y,\\ y^2 + 14y - 120 = 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x = 10-y,\\ y_1 = -20,\ y_2 = 6;\end{cases}$ $y = -20$ не задовольняє умову задачі. Отже, швидкість першого туриста становить $10 - 6 = 4$ (км/год), а швидкість другого — 6 км/год.

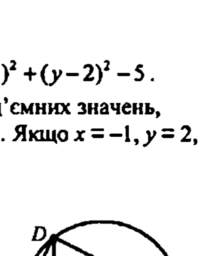
Відповідь: 4 км/год, 6 км/год.

3.2. $x^2 + y^2 + 2x - 4y = (x^2+2x+1) + (y^2-4y+4) - 5 = (x+1)^2 + (y-2)^2 - 5$.

Два перші доданки перетвореного виразу набирають невід'ємних значень, тому вираз набуває найменшого значення при $x = -1$, $y = 2$. Якщо $x = -1$, $y = 2$, то: $(x+1)^2 + (y-2)^2 - 5 = 0^2 + 0^2 - 5 = -5$.

Відповідь: −5.

3.3. Нехай задане коло O, у якому проведено хорду CD і діаметр AB ($CD \perp AB$), $DE = CE = 12 : 2 = 6$ (см), $BE - AE = 9$ см. Нехай $AE = x$ см, тоді $BE = (9 + x)$ см. З прямокутного трикутника ADB ($\angle D = 90°$) за властивістю перпендикуляра маємо: $DE^2 = AE\cdot BE$; $6^2 = x\cdot(x+9)$; $x^2 + 9x - 36 = 0$; $x_1 = 3$, $x_2 = -12$ — не підходить. Отже, $AE = 3$ см, $BE = 9 + 3 = 12$ (см), $AB = 3 + 12 = 15$ (см). Тоді $l = \pi d = 15\pi$ (см).



Відповідь: 15π см.

Частина 4

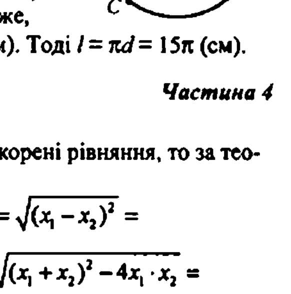
4.1. $2x^2 - 8x + 3 = 0$; $x^2 - 4x + \frac{3}{2} = 0$. Якщо x_1, x_2 — корені рівняння, то за теоремою Вієта: $x_1\cdot x_2 = \frac{3}{2}$, $x_1 + x_2 = 4$. Звідси: $|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1-x_2)^2} =$

$= \sqrt{x_1^2 - 2x_1\cdot x_2 + x_2^2} = \sqrt{(x_1^2 + 2x_1\cdot x_2 + x_2^2) - 4x_1\cdot x_2} = \sqrt{(x_1+x_2)^2 - 4x_1\cdot x_2} =$

$= \sqrt{4^2 - 4\cdot\frac{3}{2}} = \sqrt{10}.$

Відповідь: $\sqrt{10}$.

4.2. Розглянемо ΔEMC і ΔAME. У них спільна висота, опущена з вершини M і $AE = EC$, тому $S_{EMC} = S_{AME}$. Аналогічно $S_{AMF} = S_{FMB}$, оскільки у них спільна висота, опущена з вершини M і $AF = FB$. Тому $S_{EMFA} = S_{FMB} + S_{EMC}$. Розглянемо ΔFMB і ΔBMC. У них спільна висота, опущена з вершини B і $\frac{FM}{MC} = \frac{1}{2}$. Отже, основи цих трикутників, а тим самим і площі відносяться як $\frac{S_{FMB}}{S_{BMC}} = \frac{1}{2}$. Отже, $S_{BMF} = \frac{1}{2}S_{BMC}$. Аналогічно $S_{EMC} = \frac{1}{2}S_{BMC}$.



Отже, $S_{BMF} + S_{EMC} = \frac{1}{2}S_{BMC} + \frac{1}{2}S_{BMC} = S_{BMC}$. Звідки $S_{BMC} = S_{EMFA}$.