ВАРІАНТ №4

Частина 1

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
1.1		X			1.5			X		1.9			X	
1.2				X	1.6				X	1.10	X			
1.3		X			1.7		X			1.11		X		
1.4			X		1.8			X		1.12		X		

1.2. Усього фруктів: 6 + 4 = 10. Шукана ймовірність дорівнює: $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

1.4. $(x-5)^2-x^2=20$; $x^2-10x+25-x^2=20$; $-10x=-5$; $x=0{,}5$.

1.5. Якщо $x=3$, то: $\sqrt{25-3x}=\sqrt{25-3\cdot 3}=\sqrt{16}=4$.

1.7. $300:(8+2)\cdot 8=240$ (г).

1.9. Нехай найменший кут трикутника дорівнює $2x$, тоді інші кути дорівнюють $3x$ і $4x$. Рівняння: $2x+3x+4x=180$; $9x=180$; $x=20$. Отже, кути трикутника дорівнюють: $2\cdot 20°=40°$; $3\cdot 20°=60°$; $4\cdot 20°=80°$.

1.10. $c=6:\sin 60°=6:\frac{\sqrt{3}}{2}=6\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$ (см).

1.12. $180°\cdot n-360°=1080°$; $180°\cdot n=1440°$; $n=8$.

Частина 2

2.1.	$-\frac{3}{x-1}$		2.3.	$[4;+\infty)$
2.2.	$[6;+\infty)$		2.4.	8 см

2.1. $\frac{3}{x-2}-\frac{x+2}{x^2-2x+1}\cdot\frac{3x-3}{x^2-4}=\frac{3}{x-2}-\frac{3(x+2)(x-1)}{(x-1)^2(x-2)(x+2)}=$

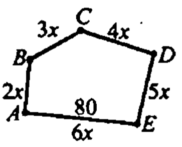
$=\frac{3}{x-2}-\frac{3}{(x-1)(x-2)}=\frac{3x-3-3}{(x-1)(x-2)}=\frac{3x-6}{(x-1)(x-2)}=\frac{3(x-2)}{(x-1)(x-2)}=\frac{3}{x-1}$.

2.2. $(3x+2)^2+(4x-3)^2\le(5x-1)^2$.

$9x^2+12x+4+16x^2-24x+9\le 25x^2-10x+1$; $-2x\le-12$; $x\ge 6$; $x\in[6;+\infty)$.

2.3. $y=\frac{1}{2}x^2-4x+1$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору. Абсциса вершини параболи: $x_в=\frac{4}{1}=4$. Функція зростає при $x\in[4;+\infty)$.

2.4. У подібному п'ятикутнику сторони також відносяться як 2 : 3 : 4 : 5 : 6. Нехай $AB=2x$, тоді $BC=3x$, $CD=4x$, $DE=5x$, $EA=6x$. Рівняння: $2x+3x+4x+5x+6x=80$; $20x=80$; $x=4$. Тоді $AB=2x=2\cdot 4=8$ (см).



Частина 3

3.1. Нехай $(n-1)$, n, $(n+1)$ — шукані послідовні натуральні числа. Рівняння: $3(n-1)^2-67=n^2+(n+1)^2$; $3n^2-6n+3-67-n^2-n^2-2n-1=0$;

$n^2-8n-65=0$. $n_1=-5$ — не задовольняє умову задачі, $n_2=13$. Отже, менше з шуканих чисел $13-1=12$, а більше $13+1=14$.

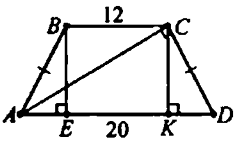
Відповідь: 12, 13, 14.

3.2. $\begin{cases}x+xy+3y=3,\\2x-xy-y=-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x+xy+3y=3,\\3x+2y=1;\end{cases}$ $\begin{cases}x+x\cdot\frac{1-3x}{2}+3\cdot\frac{1-3x}{2}=3,\\y=\frac{1-3x}{2};\end{cases}$

$\begin{cases}2x+x-3x^2+3-9x=6,\\y=\frac{1-3x}{2};\end{cases}$ $\begin{cases}3x^2+6x+3=0,\\y=\frac{1-3x}{2};\end{cases}$ $\begin{cases}(x+1)^2=0,\\y=\frac{1-3x}{2};\end{cases}$ $\begin{cases}x=-1,\\y=2.\end{cases}$

Відповідь: $(-1;2)$.

3.3. Нехай $ABCD$ — рівнобічна трапеція ($AD\parallel BC$, $AB=CD$), AC — діагональ, CK — висота, $\angle ACD=90°$. Оскільки $AB=CD$, то $AE=KD=$ $=\frac{AD-BC}{2}=\frac{20-12}{2}=4$ (см) і $AK=20-4=16$ (см).



Оскільки трикутник ACD прямокутний і $CK\perp AD$, то $CK=\sqrt{AK\cdot KD}=$ $=\sqrt{16\cdot 4}=\sqrt{64}=8$ (см). $S_{тр.}=\frac{AD+BC}{2}\cdot CK=\frac{20+12}{2}\cdot 8=128$ (см²).

Відповідь: 128 см².

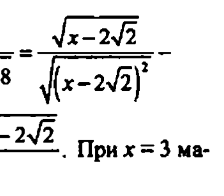
Частина 4

4.1. Оскільки $x>2\sqrt{2}$, то $\frac{\sqrt{x-2\sqrt{2}}}{\sqrt{x^2-4x\sqrt{2}+8}}-\frac{\sqrt{x+2\sqrt{2}}}{\sqrt{x^2+4x\sqrt{2}+8}}=\frac{\sqrt{x-2\sqrt{2}}}{\sqrt{(x-2\sqrt{2})^2}}-$

$-\frac{\sqrt{x+2\sqrt{2}}}{\sqrt{(x+2\sqrt{2})^2}}=\frac{1}{\sqrt{x-2\sqrt{2}}}-\frac{1}{\sqrt{x+2\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{x+\sqrt{2}}-\sqrt{x-2\sqrt{2}}}{\sqrt{x^2-8}}$. При $x=3$ маємо: $\frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{3^2-8}}=\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}-\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}=\sqrt{2}+1-\sqrt{2}+1=2$.

Відповідь: 2.

4.2. $S_{AOC}=S_{AOB}=S_{BOC}$. Нехай $AC=b$, $AB=c$, $BC=a$. $S_{ABC}=\frac{1}{2}ab$. Оскільки $S_{AOC}=S_{AOB}=S_{BOC}$, то $S_{AOC}=$ $=S_{COB}=\frac{1}{3}S_{ABC}$, $S_{AOC}=\frac{1}{2}AC\cdot OK=\frac{1}{2}b\cdot OK=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}ab$.



Отже, $OK=\frac{a}{3}$. Аналогічно $ON=\frac{b}{3}$. З ΔAKO ($\angle K=90°$, $AK=AC-KC=AC-$ $-ON=b-\frac{b}{3}=\frac{2}{3}b$) за теоремою Піфагора: $OA^2=OK^2+AK^2=$

$=\left(\frac{a}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}b\right)^2=\frac{1}{9}(a^2+4b^2)$. Аналогічно з ΔONB ($\angle N=90°$, $NB=a-\frac{a}{3}=\frac{2}{3}a$) за теоремою Піфагора: $OB^2=\frac{1}{9}(4a^2+b^2)$. З ΔCNO ($\angle N=90°$): $OC^2=CN^2+ON^2=\left(\frac{a}{3}\right)^2+\left(\frac{b}{3}\right)^2=\frac{1}{9}(a^2+b^2)$.

$OA^2+OB^2=\frac{1}{9}(a^2+4b^2)+\frac{1}{9}(4a^2+b^2)=\frac{5}{9}(a^2+b^2)$. Звідки $\frac{5}{9}(a^2+b^2)=d^2$; $\frac{1}{9}(a^2+b^2)=\frac{d^2}{5}$. Отже, $OC^2=\frac{1}{9}(a^2+b^2)=\frac{d^2}{5}$. Тому $OC=\frac{d}{\sqrt{5}}$.

Відповідь: $\frac{d}{\sqrt{5}}$.