ВАРІАНТ №40

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2				X
1.3			X	
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6			X	
1.7		X		
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9	X			
1.10		X		
1.11			X	
1.12		X		

1.1. $48{,}5\cdot 0{,}1+48:1{,}6=4{,}85+480:16=4{,}85+30=34{,}85.$

1.5. $-x^2+5x-6=0;\ x^2-5x+6=0;\ D=25-4\cdot 6=1;\ x_{1,2}=\frac{5\pm 1}{2};\ x_1=2;\ x_2=3.$

1.6. $\frac{15}{x^2-5x}+\frac{3}{x}=\frac{15}{x(x-5)}+\frac{3^{\backslash x-5}}{x}=\frac{15+3x-15}{x(x-5)}=\frac{3x}{x(x-5)}=\frac{3}{x-5}.$

1.7. $b_4=b_1\cdot q^3=-32\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3=-32\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)=4.$

1.8. Якщо $4<a<7$, то: $4\cdot 3<3a<7\cdot 3;\ 12<P<21.$

1.10. $NK=\sqrt{MK^2-MN^2}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$ (см).

1.11. $\vec{a}\vec{b}=6\cdot 3+(-5)\cdot 4=18-20=-2.$

1.12. За теоремою синусів $\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{AB}{\sin\angle C};\ \sin\angle B=\frac{AC\sin\angle C}{AB}=$

$=\frac{\sqrt{2}\cdot\sin 60^\circ}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot 2}=\frac{\sqrt{2}}{2};\ \angle B=45^\circ$ або $\angle B=135^\circ.$

Оскільки $AB>AC$, то $\angle C=60^\circ>\angle B$. Отже, $\angle B=45^\circ$.

Частина 2

2.1.	$\frac{13}{27}$	2.3.	$x\in(-1;4)$
2.2.	$-\frac{a}{2x}$	2.4.	5 см

2.1. $0{,}75^{-2}-1{,}5^{-3}-(-3)^0=\left(\frac{4}{3}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^3-1=\frac{16}{9}-\frac{8}{27}-1=\frac{48-8-27}{27}=\frac{13}{27}.$

2.2. $\frac{2x^3}{a^2}\sqrt{\frac{a^6}{16x^8}}=\frac{2x^3}{a^2}\cdot\frac{|a^3|}{4x^4}=\frac{2x^3}{a^2}\cdot\frac{-a^3}{4x^4}=-\frac{a}{2x}.$

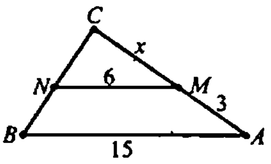
2.3. Область визначення функції:

$-x^2+3x+4>0;\ x^2-3x-4<0;\ (x-4)(x+1)<0;\ \ x\in(-1;4).$

2.4. $\Delta NCM\sim\Delta BCA$, $CM=x$ см. $AC=(3+x)$ см.

$\frac{MN}{AB}=\frac{MC}{AC};\ \frac{6}{15}=\frac{x}{3+x};\ 6(3+x)=15x;\ 9x=18;$

$x=2$ (см). $AC=3+2=5$ (см).



Частина 3

3.1. Нехай x км/год — швидкість руху поїзда за розкладом, тоді час його руху за розкладом $\frac{300}{x}$ год. Збільшена швидкість руху поїзда — $(x+10)$ км/год і час його руху з новою швидкістю — $\frac{300}{x+10}$ год, що на 1 год менше, ніж за розкладом. Рівняння: $\frac{300}{x}-\frac{300}{x+10}=1;\quad \frac{300(x+10)-300x-x(x+10)}{x(x+10)}=0;$

$\frac{x^2+10x-3000}{x(x+10)}=0;\ \begin{cases}x_1=-60,\ x_2=50,\\ x(x+10)\neq 0;\end{cases}$ $x_1=-60$ не задовольняє умову задачі.

Отже, поїзд мав проїхати перегін за $300:50=6$ (год).

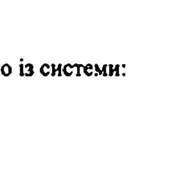
Відповідь: 6 год.

3.2. Область визначення функції $y=\frac{3}{\sqrt{2x+4}}+\frac{5}{|x|-3}$ знайдемо із системи:

$\begin{cases}2x+4>0,\\ |x|-3\neq 0;\end{cases}\ \begin{cases}2x>-4,\\ |x|\neq 3;\end{cases}\ \begin{cases}x>-2,\\ x\neq\pm 3.\end{cases}$ Звідси: $x\in(-2;3)\cup(3;+\infty)$.

Відповідь: $(-2;3)\cup(3;+\infty)$.

3.3. Нехай ABC — заданий рівнобедрений трикутник, який вписано в коло O завдовжки 50π см, BE — висота, $BE=32$ см. Центр описаного кола — точка перетину серединних перпендикулярів, тому висота BE проходить через точку O. $l=2\pi r;\ r=\frac{l}{2\pi}=\frac{50\pi}{2\pi}=25$ (см). Отже,



$OA=OB=OC=25$ см. $OE=BE-OB=32-25=7$ (см). З прямокутного трикутника OEC: $OC^2=OE^2+EC^2;\ 25^2=7^2+EC^2;\ EC=\sqrt{25^2-7^2}=24$ (см).

$AE=EC=24$ (см). $AC=24+24=48$ (см). З прямокутного трикутника BEC ($\angle E=90^\circ$): $BC^2=BE^2+EC^2;\ BC=\sqrt{32^2+24^2}=40$ (см).

$P_{ABC}=40+40+48=128$ (см).

Відповідь: 128 см.

Частина 4

4.1. $x^4-3x^3-6x^2+12x+16=0;$

$(x^4-2x^3-4x^2)+(-x^3+2x^2+4x)+(-4x^2+8x+16)=0;$

$x^2(x^2-2x-4)-x(x^2-2x-4)-4(x^2-2x-4)=0;$

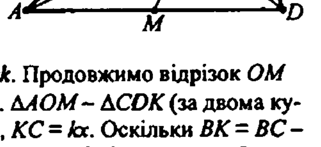
$(x^2-2x-4)(x^2-x-4)=0;$

1) $x^2-2x-4=0;\ x_1=1+\sqrt{5};\ x_2=1-\sqrt{5};$

2) $x^2-x-4=0;\ x_3=\frac{1+\sqrt{17}}{2};\ x_4=\frac{1-\sqrt{17}}{2}.$

Відповідь: $1+\sqrt{5};\ 1-\sqrt{5};\ \frac{1+\sqrt{17}}{2};\ \frac{1-\sqrt{17}}{2}.$

4.2. Нехай $ABCD$ — задана трапеція, AC і BD — її діагоналі, що перетинаються у точці O. Виберемо точку M — середину відрізка AD, тоді $AM=MD$ і OM — медіана трикутника AOD. Нехай $AM=MD=x$, трикутники ΔAOD і ΔCOB подібні з коефіцієнтом подібності k:



$\Delta AOD\sim\Delta COB$ (за двома кутами). Тоді $BC=2xk$. Продовжимо відрізок OM до перетину з BC, K — точка перетину OM і BC. $\Delta AOM\sim\Delta CDK$ (за двома кутами) з тим же коефіцієнтом подібності k. Отже, $KC=kx$. Оскільки $BK=BC-KC=2xk-xk=xk$, то $BK=KC$, тобто K — середина BC. Отже, точка O належить прямій KM.