

ВАРІАНТ №41

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2				X
1.3			X	
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5			X	
1.6				X
1.7				X
1.8	X			

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10			X	
1.11				X
1.12		X		

1.5. $\frac{2x^4}{y} + \frac{y^4}{4} = \frac{8x + y^2}{4y}$

1.8. $q = -1 : \frac{1}{3} = -3; b_4 = b_1 \cdot q^3 = \frac{1}{3} \cdot (-3)^3 = -9$

 1.9. Нехай $AM = x$, тоді $BM = 3x$. Рівняння: $x + 3x = 84; 4x = 84; x = 21; 3x = 63$. Отже, $BM = 63$.

 1.10. Сума двох суміжних сторін паралелограма дорівнює $70 : 2 = 35$ (см). Нехай одна сторона паралелограма дорівнює $3x$, тоді інша дорівнює $4x$. Рівняння: $3x + 4x = 35; 7x = 35; x = 5; 3x = 15; 4x = 20$. Отже, сторони дорівнюють 15 см, 20 см, 15 см і 20 см.

1.11. За теоремою косинусів отримаємо: $a^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cos 60^\circ = 36 + 64 - 2 \cdot 48 \cdot 0,5 = 100 - 48 = 52; a = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ (см).

1.12. $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b} = 3(-1; 1) - 2(2; -3) = (-3; 3) - (4; -6) = (-3 - 4; 3 - (-6)) = (-7; 9)$

Частина 2

2.1.	33
2.2.	(4; 4); (-1; -1)

2.3.	3456 грн
2.4.	10 см

2.1. $\sqrt{(-7)^2} - \frac{2\sqrt{160}}{\sqrt{2,5}} = (-7)^2 - 2\sqrt{\frac{160}{2,5}} = 49 - 2\sqrt{64} = 49 - 16 = 33$

2.2. $x = x^2 - 2x - 4; x^2 - 3x - 4 = 0; x_1 = 4; x_2 = -1; y_1 = y(4) = 4; y_2 = y(-1) = -1$.
(4; 4); (-1; -1).

 2.3. Через рік вкладник матиме: $10\,000 \cdot 1,16 = 11\,600$ гривень. Через два роки вкладник матиме: $11\,600 \cdot 1,16 = 13\,456$ гривень. Відсоткових грошей він матиме $13\,456 - 10\,000 = 3\,456$ (гривень).

2.4. $360^\circ : 72^\circ = 5$. Отже, у крузі поміститься 5 таких секторів і $S_{кр} = 20\pi \cdot 5 = 100\pi$. $S_{кр} = \pi r^2; r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{100\pi}{\pi}} = 10$ (см).

Частина 3

 3.1. Нехай швидкість течії дорівнює x км/год. Тоді швидкість човна за течією — $(18 + x)$ км/год і час його руху — $\frac{30}{18 + x}$ год, а швидкість човна проти

 течії — $(18 - x)$ км/год і час його руху — $\frac{16}{18 - x}$ год. Рівняння:

$$\frac{30}{18 + x} + \frac{16}{18 - x} = \frac{5}{2}; \frac{60(18 - x) + 32(18 + x) - 5(324 - x^2)}{2(18 + x)(18 - x)} = 0;$$

$$\frac{5x^2 - 28x + 36}{(18 - x)(18 + x)} = 0; x_1 = 2, x_2 = 3,6.$$

Відповідь: 2 км/год або 3,6 км/год.

3.2. Звільнимось від ірраціональності у знаменниках дробів:

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119} + \sqrt{121}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{1}}{3 - 1} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{7 - 5} + \dots + \frac{\sqrt{121} - \sqrt{119}}{121 - 119} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{1} + \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{5} + \dots + \sqrt{121} - \sqrt{119}}{2} = \frac{\sqrt{121} - \sqrt{1}}{2} = \frac{11 - 1}{2} = 5.$$

Відповідь: 5.

 3.3. Нехай ABC — заданий рівнобедрений трикутник ($AB = BC$), O — центр вписаного кола, BD — висота трикутника, $OD = 5$ см, $OB = 13$ см, K — точка дотику кола до бічної сторони AB , $OK = OD = 5$ см. З прямокутного трикутника BKO ($\angle K = 90^\circ$) маємо:

$$KB = \sqrt{BO^2 - KO^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ (см)}.$$

 $BD = BO + OD = 13 + 5 = 18$ (см). З подібних прямокутних трикутників ABD і OBK маємо: $AD : BD = KO : KB; AD : 18 = 5 : 12;$

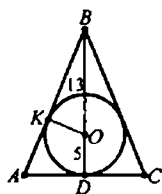
$$AD = \frac{18 \cdot 5}{12} = 7,5 \text{ (см)}. AC = 2AD = 15 \text{ (см)}. \text{ З прямокутного трикутника } ADB$$

 ($\angle D = 90^\circ$) за теоремою Піфагора маємо: $AD^2 + DB^2 = AB^2;$

$$AB = \sqrt{AD^2 + DB^2} = \sqrt{7,5^2 + 18^2} = \sqrt{380,25} = 19,5 \text{ (см)}. \text{ Тоді}$$

$$P_{ABC} = 19,5 + 19,5 + 15 = 54 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 54 см.



Частина 4

4.1. $\begin{cases} (m+1)x + y = 3, \\ 2x - (m-2)y = 6. \end{cases}$ При $m = 2$ отримаємо систему $\begin{cases} 3x + y = 3, \\ 2x = 6, \end{cases}$

 яка має розв'язок ($x = 3; y = 6$).

При $m \neq 2$ система не має розв'язків, якщо $\frac{m+1}{2} = \frac{1}{-(m-2)} \neq \frac{3}{6}$.

 Звідси: $-(m+1)(m-2) = 2; -m^2 + m + 2 = 2; m^2 - m = 0; m = 0$ або $m = 1$.

Значення $m = 0$ не підходить, бо $\frac{m+1}{2} = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{3}{6}$.

Якщо $m = 1$, то $\frac{m+1}{2} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = \frac{3}{6}$.

 Отже, система не має розв'язків, якщо $m = 1$.

4.2. Квадрат вектора дорівнює квадрату його модуля. Тому:

$$|4\vec{a} + 3\vec{b}|^2 = (4\vec{a} + 3\vec{b})^2. \text{ Звідси}$$

$$|4\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{(4\vec{a} + 3\vec{b})^2} = \sqrt{16\vec{a}^2 + 24\vec{a}\vec{b} + 9\vec{b}^2} = \sqrt{16|\vec{a}|^2 + 24|\vec{a}||\vec{b}|\cos 120^\circ + 9|\vec{b}|^2} = \sqrt{16 \cdot 3^2 - 24 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} + 9 \cdot 2^2} = \sqrt{144 - 72 + 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}.$$

 Відповідь: $6\sqrt{3}$.