

**ВАРІАНТ №43**

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2				X
1.3		X		
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6				X
1.7		X		
1.8		X		

*Частина 1*

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10			X	
1.11		X		
1.12				X

1.1.  $35x = 2100; x = 2100 : 35; x = 60.$

1.2.  $4\frac{1}{6} : 5 = \frac{25}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{5}{6}.$

1.4.  $(x-3)(x+4) = x^2; x^2 + 4x - 3x - 12 = x^2; x^2 + 4x - 3x - x^2 = 12; x = 12.$

1.5.  $\frac{a^3 \cdot (a^2)^{-3}}{a^7} = \frac{a^3 \cdot a^{-6}}{a^7} = a^{3-6-7} = a^{-10}.$

1.6.  $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + ab} \cdot \frac{3a}{b-a} = \frac{(a-b)(a+b)}{a(a+b)} \cdot \frac{3a}{a-b} = -3.$

1.8.  $\frac{x^2 + 5x}{x} = 0; \frac{x(x+5)}{x} = 0; \begin{cases} x(x+5) = 0, \\ x \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 0, x_2 = -5, \\ x \neq 0; \end{cases} x = -5.$

1.10. За властивістю сторін описаного чотирикутника отримаємо:  
 $AB + CD = BC + DA; 7 + CD = 8 + 9; CD = 10$  (см).

1.11.  $R = 6\sqrt{2} : 2 = 3\sqrt{2}$  (см).

1.12.  $S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 \cdot \sin 150^\circ = 40 \cdot \frac{1}{2} = 20$  (см<sup>2</sup>).

*Частина 2*

2.1.	$-\frac{3}{xy}$
2.2.	$p = 2,5; x_2 = -4$

2.3.	$(2; -1); (8; 11)$
2.4.	10 см

2.1.  $\frac{x-3}{xy-x^2} - \frac{3-y}{xy-y^2} = \frac{x-3}{x(y-x)} - \frac{3-y}{y(x-y)} = \frac{xy-3y+3x-xy}{xy(y-x)} = \frac{-3(y-x)}{xy(y-x)} = -\frac{3}{xy}.$

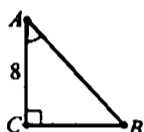
2.2. Оскільки  $x_1 \cdot x_2 = -6$  і  $x_1 = 1,5$ , то  $x_2 = -6 : 1,5 = -4$ .

Тоді  $p = -(x_1 + x_2) = -(1,5 - 4) = 2,5$ .

2.3.  $\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 9, \\ 2x - y = 5; \end{cases} \begin{cases} (x-y)^2 = 9, \\ 2x - y = 5 \cdot (-1). \end{cases} \quad 1) \begin{cases} x - y = 3, \\ -2x + y = -5; \end{cases} \begin{cases} -x = -2, \\ -2x + y = -5; \end{cases}$   
 $\begin{cases} x = 2, \\ -4 + y = -5; \end{cases} \begin{cases} x = 2, \\ y = -1; \end{cases} (2; -1); 2) \begin{cases} x - y = -3, \\ -2x + y = -5; \end{cases} \begin{cases} -x = -8, \\ -2x + y = -5; \end{cases} \begin{cases} x = 8, \\ -16 + y = -5; \end{cases} \begin{cases} x = 8, \\ y = 11; \end{cases}$   
 (8; 11).

2.4.  $\sin^2 A + \cos^2 A = 1; \cos^2 A = 1 - \sin^2 A = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}; \cos A = \frac{4}{5}.$

$AB = \frac{AC}{\cos A} = 8 : \frac{4}{5} = 10$  (см).



*Частина 3*

3.1. Нехай перший робітник за планом повинен виготовити  $x$  деталей. Тоді другий —  $(250 - x)$  деталей. Насправді перший виготовив  $1,1x$  деталей, а другий —  $1,15(250 - x)$  деталей. Рівняння:

$1,1x + 1,15(250 - x) = 280; -0,05x = -7,5; x = 150.$  Отже, перший робітник повинен був виготовити 150 деталей, а другий —  $250 - 150 = 100$  (дет.).

Відповідь: 150 і 100 деталей.

3.2.  $\left( \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) : (a-b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \left( \frac{(\sqrt{a})^3 + (\sqrt{b})^3}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) : (a-b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} =$   
 $= \left( \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a - \sqrt{ab} + b)}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) : (a-b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{a - 2\sqrt{ab} + b}{a-b} + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} =$   
 $= \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = 1.$

Відповідь: 1.

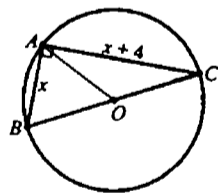
3.3. Нехай задане коло  $O$  радіуса  $r$ , у якому проведено хорди  $AB$  і  $AC$  ( $AB \perp AC$ ),  $r = AO = BO = CO = 10$  см,  $AC - AB = 4$  см. Нехай  $AB = x$  см, тоді  $AC = (4 + x)$  см.

Оскільки  $\angle A = 90^\circ$ , то  $\triangle BAC$  — прямокутний, у якому  $BC = 2OB = 2 \cdot 10 = 20$  (см). З прямокутного трикутника  $BAC$  маємо:  $AB^2 + AC^2 = BC^2; x^2 + (4 + x)^2 = 20^2;$

$x^2 + 16 + 8x + x^2 = 400; x^2 + 4x - 192 = 0; x_1 = 12,$

$x_2 = -16$  — не підходить. Отже,  $AB = 12$  см,  $AC = 4 + 12 = 16$  (см).

Відповідь: 12 см, 16 см.



*Частина 4*

4.1.  $\frac{x}{x^2 + 3x + 2} - \frac{x}{x^2 + 5x + 2} = \frac{1}{24}.$  ОДЗ:  $x^2 + 3x + 2 \neq 0, x^2 + 5x + 2 \neq 0; x \neq -1,$

$x \neq -2, x \neq \frac{-5 + \sqrt{17}}{2}, x \neq \frac{-5 - \sqrt{17}}{2}.$  Нехай  $x^2 + 4x + 2 = y$ , тоді:

$\frac{x}{y-x} - \frac{x}{y+x} = \frac{1}{24}; \frac{x^2 + xy + x^2 - xy}{y^2 - x^2} = \frac{1}{24}; \frac{2x^2}{y^2 - x^2} = \frac{1}{24}; 48x^2 = y^2 - x^2; 49x^2 = y^2; y = \pm 7x.$  Повертаємось до заміни:

1)  $x^2 + 4x + 2 = 7x; x^2 - 3x + 2 = 0; x_1 = 1, x_2 = 2;$

2)  $x^2 + 4x + 2 = -7x; x^2 + 11x + 2 = 0; x_3 = \frac{-11 - \sqrt{113}}{2}, x_4 = \frac{-11 + \sqrt{113}}{2}.$

Відповідь:  $\frac{-11 - \sqrt{113}}{2}; \frac{-11 + \sqrt{113}}{2}; 1; 2.$

4.2. Площа трикутника:  $S = \frac{1}{2} ah_a, S = \frac{1}{2} bh_b,$

$S = \frac{1}{2} ch_c.$  Звідки  $h_a = 2S : a; h_b = 2S : b; h_c = 2S : c.$  Оде-

ржимо:  $\left( \frac{2S : c}{2S : a} \right)^2 + \left( \frac{2S : c}{2S : b} \right)^2 = 1; \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1;$

$a^2 + b^2 = c^2$ , звідки за теоремою, оберненою до теореми Піфагора, трикутник прямокутний.

