ВАРІАНТ №44

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2		X		
1.3				X
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6				X
1.7			X	
1.8				X

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10		X		
1.11		X		
1.12	X			

1.1. $2\frac{7}{8}+3\frac{5}{8}=5\frac{7+5}{8}=5\frac{12}{8}=6\frac{4}{8}=6\frac{1}{2}$.

1.2. $0,2:\frac{5}{4}=0,2:1,25=0,16=16\%$.

1.4. $(3x-2)^2+12x=9x^2-12x+4+12x=9x^2+4$.

1.5. $\sqrt{5^2}-\left(\sqrt{7}\right)^2=5-7=-2$.

1.6. $(-2)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}=-2^{-3}\cdot 2^4=-2^{-3+4}=-2$.

1.8. $x^2\le 49$; $x^2-49\le 0$; $(x+7)(x-7)\le 0$; $x\in[-7;7]$.

1.9. Зовнішній кут трикутника дорівнює сумі двох внутрішніх кутів не суміжних з ним. Отримаємо: $43°+100°=143°$.

1.10. $c=4:0,8=5$.

1.12. Довжина кола дорівнює $2\pi\cdot 6=12\pi$. Дуга становить $\pi:12\pi=\frac{1}{12}$ частину кола і її градусна міра дорівнює $360°:12=30°$.

Частина 2

2.1.	$\frac{x-1}{2(x+1)}$		2.3.	3
2.2.	$x\in(-\infty;0)$		2.4.	$p_1=-5$; $p_2=3$

2.1. $\left(\frac{x-1}{x+1}+\frac{x+1}{x-1}\right):\frac{4x^2+4}{x^2-2x+1}=\frac{(x-1)^2+(x+1)^2}{(x+1)(x-1)}\cdot\frac{(x-1)^2}{4x^2+4}=$

$=\frac{x^2-2x+1+x^2+2x+1}{(x+1)(x-1)}\cdot\frac{(x-1)^2}{4x^2+4}=\frac{2x^2+2}{(x+1)}\cdot\frac{(x-1)}{4x^2+4}=\frac{2(x^2+1)}{(x+1)}\cdot\frac{(x-1)}{4(x^2+1)}=\frac{x-1}{2(x+1)}$

2.2. $\begin{cases}\frac{x+8}{4}<2, & \Big|\cdot 4\\ 4-\frac{5+5x}{3}>1-\frac{1-x}{2}; & \Big|\cdot 6\end{cases}$ $\begin{cases}x+8<8,\\ 24-10-10x>6-3+3x;\end{cases}$ $\begin{cases}x<0,\\ -13x>-11;\end{cases}$ $\begin{cases}x<0,\\ x<\frac{11}{13};\end{cases}$

$x\in(-\infty;0)$.

2.3. $y=-2x^2+8x-5$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вниз. Координати її вершини: $x=-\frac{8}{-4}=2$; $y=y(2)=-2\cdot 2^2+8\cdot 2-5=3$.

Найбільше значення функції 3.

2.4. $|\vec{a}|=5$; $\sqrt{(p+1)^2+(-3)^2}=5$; $\sqrt{p^2+2p+1+9}=5$; $p^2+2p+10=25$; $p^2+2p-15=0$; $p_1=-5$; $p_2=3$.

Частина 3

3.1. Нехай для перевезення 60 т вантажу потрібно x машин, на які планували навантажити по $\frac{60}{x}$ т. Якщо навантажити на кожну машину $\left(\frac{60}{x}+1\right)$ т вантажу, то потрібно буде $(x-2)$ машини. Рівняння: $60=(x-2)\left(\frac{60}{x}+1\right)$;

$60x=(x-2)(60+x)$; $60x=60x+x^2-120-2x$; $x^2-2x-120=0$; $x_1=12$;

$x_2=-10$ — не задовольняє умову задачі. Отже, для перевезення вантажу використали $12-2=10$ (машин).

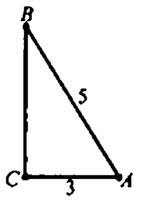
Відповідь: 10 машин.

3.2. Нехай q — знаменник прогресії. Тоді: $\begin{cases}b_2-b_4=3,\\ b_3-b_1=-6;\end{cases}$ $\begin{cases}b_1q-b_1q^3=3,\\ b_1q^2-b_1=-6;\end{cases}$

$\begin{cases}b_1q(1-q^2)=3,\\ b_1(1-q^2)=6;\end{cases}$ $\begin{cases}q=0,5,\\ b_1(1-q^2)=6;\end{cases}$ $\begin{cases}q=0,5,\\ b_1=8.\end{cases}$ Звідси $S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{8}{1-0,5}=16$.

Відповідь: 16.

3.3. Нехай ABC — заданий прямокутний трикутник ($\angle C=90°$), у якому $AB=5$ см, $AC=3$ см. За теоремою Піфагора маємо:



$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ (см). Тоді: $S_{ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC$;

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 4=6$ (см²). Площі подібних фігур відносяться як квадрати відповідних сторін. Нехай найбільша сторона подібного трикутника (гіпотенуза) дорівнює x см. Маємо: $\frac{5^2}{x^2}=\frac{6}{54}$; $x^2=\frac{25\cdot 54}{6}$;

$x=15$ (см).

Відповідь: 15 см.

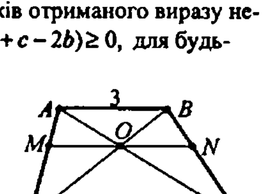
Частина 4

4.1. $ab(a+b-2c)+bc(b+c-2a)+ac(a+c-2b)\ge 0$. Перетворимо ліву частину нерівності:

$$ab(a+b-2c)+bc(b+c-2a)+ac(a+c-2b)=$$
$$=a^2b+b^2a-2abc+b^2c+bc^2-2abc+a^2c+ac^2-2abc=$$
$$=(a^2b-2abc+bc^2)+(b^2a-2abc+ac^2)+(b^2c-2abc+a^2c)=$$
$$=b(a^2-2ac+c^2)+a(b^2-2bc+c^2)+c(b^2-2ab+a^2)=$$
$$=b(a-c)^2+a(b-c)^2+c(b-a)^2.$$

Оскільки a, b і c — додатні числа, то кожен з доданків отриманого виразу невід'ємний, отже, $ab(a+b-2c)+bc(b+c-2a)+ac(a+c-2b)\ge 0$, для будь-яких додатних чисел a, b і c.

4.2. Нехай $ABCD$ — задана трапеція ($AB\|DC$), AC і BD — її діагоналі, які перетинаються у точці O, $MN\|DC$, $O\in MN$, $AB=3$ см, $DC=7$ см.



$\Delta AOB\sim\Delta COD$. Маємо: $\frac{AO}{OC}=\frac{BO}{OD}=\frac{AB}{DC}=\frac{3}{7}$;

$\Delta ABD\sim\Delta MOD$. $\frac{AB}{MO}=\frac{BD}{OD}$; $\frac{3}{MO}=\frac{DO+OB}{OD}$; $\frac{3}{MO}=1+\frac{OB}{OD}$; $\frac{3}{MO}=1+\frac{3}{7}$;

$\frac{3}{MO}=\frac{10}{7}$; $MO=\frac{21}{10}$ (см).

Аналогічно: $\frac{3}{NO}=\frac{10}{7}$; $NO=\frac{21}{10}$ (см). Отже, $MN=\frac{21}{10}+\frac{21}{10}=4,2$ (см).

Відповідь: 4,2 см.