ВАРІАНТ №46

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2			X	
1.3		X		
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6	X			
1.7		X		
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10				X
1.11		X		
1.12	X			

1.1. $432 \cdot 48 - 38 \cdot 432 = 432 \cdot (48 - 38) = 432 \cdot 10 = 4320.$

1.5. $\frac{7^{\backslash y}}{x} - \frac{5^{\backslash x}}{y} = \frac{7y-5x}{xy}.$

1.6. $-2x^2 + 3x - 1 = 0;\ 2x^2 - 3x + 1 = 0;\ D = 9 - 4 \cdot 2 = 1;\ x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2};\ x_1 = \frac{1}{2},$ $x_2 = 1.$

1.7. $-3x - 15 < 0;\ -3x < 15;\ x > -5;\ x \in (-5; +\infty).$

1.8. $S_5 = \frac{2a_1 + 4d}{2} \cdot 5 = \frac{2 \cdot 3 + 4 \cdot (-2)}{2} \cdot 5 = -5.$

1.9. Нехай одна частина відрізка дорівнює $5x$, тоді інша дорівнює $2x$. Рівняння: $5x + 2x = 70$; $7x = 70$; $x = 10$. $5x = 50$ (см), $2x = 20$ (см).

1.10. $\angle ABC = 2\angle ABD = 2 \cdot 75° = 150°.$

1.11. За теоремою синусів $\frac{MK}{\sin\angle N} = \frac{MN}{\sin\angle K}$; $MN = \frac{MK \sin\angle K}{\sin\angle N} =$ $= \frac{6 \cdot \sin 45°}{\sin 60°} = \frac{6\sqrt{2} \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}.$

Частина 2

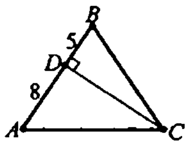
2.1.	3	2.3.	4 червоні кульки
2.2.	6,5	2.4.	78 см^2

2.1. $5\sqrt{8x-20} - 10 = 0;\ 5\sqrt{8x-20} = 10;\ \sqrt{8x-20} = 2;\ 8x - 20 = 4;\ 8x = 24;\ x = 3.$

2.2. Отримаємо: $y = ax^2 + 5x - 7$; $9 = 4a - 10 - 7$; $4a = 26$; $a = 6{,}5$.

2.3. Нехай у коробці є x червоних кульок, тоді всіх кульок є $x + 16$. Рівняння: $\frac{x}{x+16} = \frac{1}{5}$; $5x = x + 16$; $4x = 16$; $x = 4$. У коробці є 4 червоні кульки.

2.4. $BC = AB = 8 + 5 = 13$ (см). З прямокутного ΔCDB: $CD = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$ (см). $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot DC =$ $= \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 12 = 78$ (см^2).



Частина 3

3.1. Нехай x км/год — швидкість поїзда за розкладом, тоді час його руху має бути $\frac{180}{x}$ год. Збільшена швидкість руху поїзда — $(x + 5)$ км/год. Час його руху з цією швидкістю $\frac{180}{x+5}$ год, що на 24 хв $= \frac{2}{5}$ год менше, ніж за розкладом. Рівняння: $\frac{180}{x} - \frac{180}{x+5} = \frac{2}{5}$; $\frac{900(x+5) - 900x - 2x(x+5)}{5x(x+5)} = 0$;

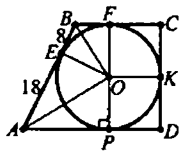
$\frac{-2x^2 - 10x + 4500}{5x(x+5)} = 0$; $\frac{x^2 + 5x - 2250}{5x(x+5)} = 0$; $x_1 = -50$ — не задовольняє умову задачі, $x_2 = 45$ (км/год).

Відповідь: 45 км/год.

3.2. $(a + b + c)(a - b + c) = ((a+c)+b)((a+c)-b) = (a+c)^2 - b^2 = a^2 + 2ac + c^2 - b^2.$

Отже, $a^2 + 2ac - b^2 + c^2 = a^2 + b^2 + c^2$. Звідси $b^2 = ac$ і $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$. Тобто a, b, c — послідовні члени геометричної прогресії.

3.3. Нехай $ABCD$ ($AD \| BC$, $CD \perp AD$) — задана прямокутна трапеція, у яку вписано коло з центром O; E, F, K і P — точки дотику кола до сторін трапеції (див. рис.), $AE = 18$ см, $EB = 8$ см. Нехай AO і BO — бісектриси кутів A та B трапеції. Оскільки $\angle A + \angle B = 180°$, то $\angle OAB + \angle OBA = 180° : 2 = 90°$ як сума половин кутів A та B. Тоді $\angle AOB = 180° - 90° = 90°$ і трикутник AOB — прямокутний, а OE — висота, проведена до гіпотенузи. Маємо: $OE^2 = AE \cdot BE$, $OE = \sqrt{18 \cdot 8} = 12$ (см) — радіус вписаного кола. Маємо: $CD = 2 \cdot 12 = 24$ (см). $FC = PD = 12$ см, $BF = BE = 8$ см. $AP = AE = 18$ см. Отже $AD = 18 + 12 = 30$ (см), $BC = 8 + 12 = 20$ (см). $AB = 18 + 8 = 26$ (см). $P_{тр.} = AD + DC + CB + BA = 30 + 24 + 20 + 26 = 100$ (см).



Відповідь: 100 см.

Частина 4

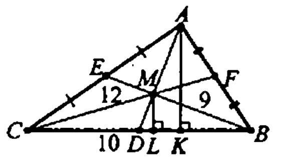
4.1. $\frac{\sqrt{m-2\sqrt{m-2}-1}}{\sqrt{m-2}-1} + 1 = \frac{\sqrt{m-2-2\sqrt{m-2}+1}}{\sqrt{m-2}-1} + 1 = \frac{\sqrt{\left(\sqrt{m-2}\right)^2 - 2\sqrt{m-2}+1}}{\sqrt{m-2}-1} + 1 =$

$= \frac{\sqrt{\left(\sqrt{m-2}-1\right)^2}}{\sqrt{m-2}-1} + 1 = \frac{\left|\sqrt{m-2}-1\right|}{\sqrt{m-2}-1} + 1$. Якщо $m = 2{,}98$, то $\frac{\left|\sqrt{m-2}-1\right|}{\sqrt{m-2}-1} + 1 =$

$= \frac{\left|\sqrt{2{,}98-2}-1\right|}{\sqrt{2{,}98-2}-1} + 1 = \frac{\left|\sqrt{0{,}98}-1\right|}{\sqrt{0{,}98}-1} + 1 = \frac{1-\sqrt{0{,}98}}{\sqrt{0{,}98}-1} + 1 = -1 + 1 = 0.$

Відповідь: 0.

4.2. Нехай ABC — заданий трикутник, $BC = 10$ см, CF і BE — медіани, $CF = 12$ см, $BE = 9$ см. M — точка перетину медіан, тому $BM = \frac{2}{3} BE = \frac{2}{3} \cdot 9 =$ $= 6$ (см); $CM = \frac{2}{3} CF = \frac{2}{3} \cdot 12 = 8$ (см). Тоді трикутник CMB прямокутний, бо $6^2 + 8^2 = 10^2$ і $S_{\Delta CMB} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$ (см^2).



$\frac{AD}{MD} = \frac{3}{1}$. Тоді для висот AK і ML з подібних трикутників AKD і MLD одержимо: $\frac{AK}{ML} = \frac{3}{1}$ і $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta CMB}} = \frac{3}{1}$, бо трикутники мають однакові основи і їхні площі відносяться як висоти. Отже, $S_{\Delta ABC} = 3S_{\Delta CMB} = 3 \cdot 24 = 72$ (см^2).

Відповідь: 72 см^2.