ВАРІАНТ №48

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2			X	
1.3				X
1.4	X			

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6			X	
1.7				X
1.8	X			

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10	X			
1.11				X
1.12				X

1.2. $\frac{2}{5}:\frac{1}{10}=\frac{2}{5}\cdot\frac{10}{1}=4$.

1.4. $(a^2-2b)(b-3a^2)=a^2b-3a^4-2b^2+6a^2b=-3a^4+7a^2b-2b^2$.

1.5. $2^6\cdot 2^{-8}+2=2^{-2}+2=\frac{1}{4}+2=2\frac{1}{4}$.

1.6. $\frac{a+2}{a-2}:\frac{a^2+4a+4}{3a-6}=\frac{a+2}{a-2}\cdot\frac{3a-6}{a^2+4a+4}=\frac{a+2}{a-2}\cdot\frac{3(a-2)}{(a+2)^2}=\frac{3}{a+2}$.

1.8. $y=2x^2+12x-5$. $x_в=\frac{-b}{2a}=\frac{-12}{4}=-3$. Функція набуває найменшого значення при $x=-3$.

1.10. $360°:3=120°$.

1.11. Сума внутрішніх кутів шестикутника дорівнює $180°\cdot 6-360°=720°$. Міра внутрішнього кута шестикутника дорівнює $720°:6=120°$.

1.12. $S=\frac{1}{2}Pr=\frac{1}{2}\cdot 40\cdot 3=60$ (см²).

Частина 2

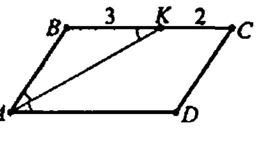
2.1.	$\frac{3}{a+2}$	2.3.	(–1; –2); (1; 2)
2.2.	$-\frac{1}{3}(x-3)(x+6)$	2.4.	16 см

2.1. $\frac{12-6a+3a^2}{a^3+8}=\frac{3(a^2-2a+4)}{(a+2)(a^2-2a+4)}=\frac{3}{a+2}$.

2.2. $-\frac{1}{3}x^2-x+6=-\frac{1}{3}(x^2+3x-18)=-\frac{1}{3}(x-3)(x+6)$.

2.3. $\begin{cases}y^2-xy=2,\mid\cdot 3\\2y^2+3xy=14;\end{cases}\begin{cases}3y^2-3xy=6,\\2y^2+3xy=14;\end{cases}\begin{cases}5y^2=20,\\2y^2+3xy=14;\end{cases}\begin{cases}y^2=4,\\2y^2+3xy=14.\end{cases}$

1) $\begin{cases}y_1=-2,\\8-6x=14;\end{cases}\begin{cases}y_1=-2,\\-6x=6;\end{cases}\begin{cases}y_1=-2,\\x_1=-1;\end{cases}$ (–1; –2); 2) $\begin{cases}y_2=2,\\8+6x=14;\end{cases}\begin{cases}y_2=2,\\6x=6;\end{cases}\begin{cases}y_2=2,\\x_2=1;\end{cases}$ (1; 2).



2.4. $\angle BAK=\angle KAD$, $\angle BKA=\angle KAD$ як внутрішні різносторонні кути при перетині паралельних прямих AD і BC січною AK. Отже, $\angle BKA=$ $=\angle BAK$ і ΔABK — рівнобедрений, $AB=3$ см. $BC=BK+KC=3+2=5$ (см). $P=2(AB+BC)=2(3+5)=16$ (см).

Частина 3

3.1. Нехай маса початкового сплаву була x кг. Тоді вміст міді у початковому сплаві $\frac{2}{x}$. Оскільки до сплаву додали 6 кг міді, то її у сплаві стало $2+6=8$ (кг), а загальна маса нового сплаву стала $(x+6)$ кг. Вміст міді у новому сплаві $\frac{8}{x+6}$, що на 30 % більше, ніж $\frac{2}{x}$. Звідки: $\frac{8}{x+6}-\frac{2}{x}=\frac{3}{10}$;

$\frac{80x-20(x+6)-3x(x+6)}{10x(x+6)}=0$; $\frac{-3x^2+42x-120}{x(x+6)}=0$; $\frac{x^2-14x+40}{x(x+6)}=0$;

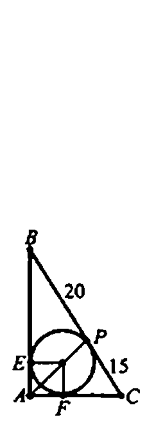
$x_1=4$, $x_2=10$. *Відповідь*: 4 кг або 10 кг.

3.2. $\begin{cases}3xy+y=7,\\3xy-x=4;\end{cases}\begin{cases}3xy+y=7,\\-3xy+x=-4;\end{cases}\begin{cases}3xy+y=7,\\x+y=3;\end{cases}\begin{cases}3(3-y)y+y=7,\\x=3-y;\end{cases}$

$\begin{cases}3y^2-10y+7=0,\\x=3-y;\end{cases}\begin{cases}(3y-7)(y-1)=0,\\x=3-y;\end{cases}\begin{cases}y_1=\frac{7}{3},\\x=3-y;\end{cases}$ або $\begin{cases}y_2=1,\\x=3-y.\end{cases}$

Звідки: $\begin{cases}y_1=2\frac{1}{3},\\x_1=\frac{2}{3};\end{cases}$ або $\begin{cases}y_2=1,\\x_2=2.\end{cases}$ *Відповідь:* $\left(\frac{2}{3};2\frac{1}{3}\right)$, (2; 1).

3.3. Нехай ABC — заданий прямокутний трикутник ($\angle A=90°$), у якому AP — бісектриса, $BP=20$ см, $PC=15$ см. Бісектриса кута трикутника ділить протилежну сторону на відрізки, пропорційні двом іншим сторонам: $AC:AB=CP:PB=15:20=3:4$. Нехай $AC=3x$ см, тоді $AB=4x$ см. За теоремою Піфагора, $BC^2=AB^2+AC^2$; $(20+15)^2=9x^2+16x^2$; $25x^2=1225$; $x^2=49$; $x_1=7$, $x_2=-7$ — не підходить. Тому $AC=3\cdot 7=21$ (см), $AB=4\cdot 7=28$ (см).



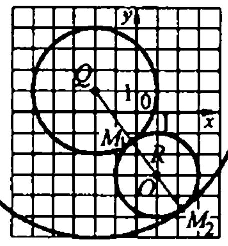
$S=\frac{1}{2}AB\cdot AC$; $S=pr$, де $p=\frac{35+21+28}{2}=42$ (см), r — радіус вписаного кола, звідки $r=\frac{AB\cdot AC}{2p}=\frac{28\cdot 21}{2\cdot 42}=7$ (см). *Відповідь:* 7 см.

Частина 4

4.1. При $n=1$ значення виразу $4^n+15n-1=4^1+15\cdot 1-1=18$ кратне 9. Нехай при $n=k$ значення виразу $4^k+15k-1$ кратне 9.
Доведемо, що значення виразу кратне 9 при $n=k+1$.
$4^{k+1}+15(k+1)-1=4\cdot 4^k+15k+15-1=4\cdot 4^k+60k-4-45k+18=$
$=4(4^k+15k-1)-9(5k-2)$ — ділиться на 9. Отже, значення виразу $4^n+15n-1$ кратне 9 для будь-якого натурального n.

4.2. Нехай задано коло $(x-1)^2+(y+3)^2=4$ з центром у точці $O(1;-3)$ радіуса $R=2$. Шукане коло має центр у точці $Q(-2;1)$, а радіус $QM_1=QO-M_1O$ або $QM_2=QO+M_2O$. $QO=\sqrt{(1-(-2))^2+(-3-1)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$.

$QM_1=5-2=3$ (см); $QM_2=5+2=7$ (см). Отже, рівняння шуканих кіл: $(x+2)^2+(y-1)^2=9$; $(x+2)^2+(y-1)^2=49$.



Відповідь: $(x+2)^2+(y-1)^2=9$; $(x+2)^2+(y-1)^2=49$.