ВАРІАНТ №50

Частина 1

	А	Б	В	Г		А	Б	В	Г		А	Б	В	Г
1.1		X			1.5			X		1.9				X
1.2				X	1.6				X	1.10				X
1.3			X		1.7			X		1.11			X	
1.4	X				1.8		X			1.12				X

1.1. $23{,}8-(3{,}45+2{,}17)=23{,}8-5{,}62=18{,}18.$

1.4. $-2(x-1{,}5)=-3;\ x-1{,}5=1{,}5;\ x=3.$

1.6. $\dfrac{2x+1}{x-3}-\dfrac{2x+3}{3-x}=\dfrac{2x+1}{x-3}+\dfrac{2x+3}{x-3}=\dfrac{2x+1+2x+3}{x-3}=\dfrac{4x+4}{x-3}.$

1.7. $b_1=3;\ b_2=3\cdot(-2)=-6;\ b_3=-6\cdot(-2)=12;\ b_4=12\cdot(-2)=-24;\ b_1=$ $=-24\cdot(-2)=48.\ S_5=3-6+12-24+48=33.$

1.8. $4-2x>0;\ -2x>-4;\ x<2.\ x\in(-\infty;\,2).$

1.9. $\angle OAM=90°-75°=15°;\ \angle MAN=2\cdot15°=30°.$

1.10. $c=\sqrt{3^2+\left(\sqrt7\right)^2}=\sqrt{9+7}=\sqrt{16}=4$ (см).

1.11. $\left|\overline{AB}\right|=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5.$

1.12. За теоремою синусів $\dfrac{MN}{\sin\angle P}=\dfrac{NP}{\sin\angle M};\ \sin\angle M=\dfrac{NP\sin\angle P}{MN}=\dfrac{4\sqrt3\cdot\sin45°}{4\sqrt2}=$ $=\dfrac{\sqrt3\cdot\sqrt2}{\sqrt2\cdot2}=\dfrac{\sqrt3}{2}$. Оскільки трикутник гострокутний, то $\angle M=60°$.

Частина 2

2.1.	$\dfrac{y-x}{xy}$		2.3.	2; 3; 4
2.2.	$-\sqrt3$		2.4.	6 см

2.1. $(x^{-2}-y^{-2}):(x^{-1}+y^{-1})=\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{y^2}\right):\left(\dfrac1x+\dfrac1y\right)=\dfrac{y^2-x^2}{x^2y^2}:\dfrac{x+y}{xy}=$ $=\dfrac{(y-x)(y+x)}{x^2y^2}\cdot\dfrac{xy}{x+y}=\dfrac{y-x}{xy}.$

2.2. Якщо $b<0$, то: $\dfrac13 b\sqrt{\dfrac{27}{b^2}}=-\sqrt{\dfrac{27b^2}{9b^2}}=-\sqrt3$.

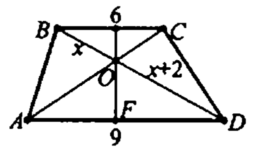
2.3. $\begin{cases}2x-9<0,\\4x^2-4x-3\ge0;\end{cases}\ \begin{cases}x<4{,}5,\\4(x+0{,}5)(x-1{,}5)\ge0;\end{cases}\ \begin{cases}x\in(-\infty;4{,}5),\\x\in(-\infty;-0{,}5]\cup[1{,}5;+\infty);\end{cases}$

$x\in(-\infty;-0{,}5]\cup[1{,}5;4{,}5)$. Натуральними розв'язками будуть: 2, 3, 4.

2.4. $BO=x$ см, $DO=(x+2)$ см. $\Delta BCO\sim\Delta DAO$.

$\dfrac{BC}{BO}=\dfrac{AD}{OD};\ \dfrac6x=\dfrac{9}{x+2};\ 6(x+2)=9x;\ 3x=12;\ x=4.$

$BO=4$ см, $DO=4+2=6$ (см).



Частина 3

3.1. Нехай один робітник сам може виконати завдання за x год, виконуючи за 1 год $\dfrac1x$ частину завдання. Тоді інший — за $(x+6)$ год, виконуючи за 1 год $\dfrac{1}{x+6}$ частину завдання. Рівняння: $\dfrac1x+\dfrac{1}{x+6}=\dfrac14;\ \dfrac{4(x+6)+4x-x(x+6)}{4x(x+6)}=0;$

$\dfrac{x^2-2x-24}{x(x+6)}=0;\ \begin{cases}x^2-2x-24=0,\\x(x+6)\ne0;\end{cases}\ x_1=-4$ — не задовольняє умову задачі,

$x_2=6$. Отже, один робітник може виконати завдання за 6 год, а інший — за $6+6=12$ (год).

Відповідь: 6 год; 12 год.

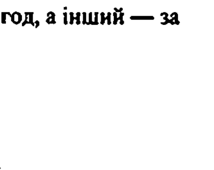
3.2. $\sqrt{\dfrac{\left(\sqrt a-1\right)\left(a\sqrt a-1\right)}{a+\sqrt a+1}}+\sqrt a=\sqrt{\dfrac{\left(\sqrt a-1\right)\left(\left(\sqrt a\right)^3-1\right)}{a+\sqrt a+1}}+\sqrt a=$

$=\sqrt{\dfrac{\left(\sqrt a-1\right)\left(\sqrt a-1\right)\left(a+\sqrt a+1\right)}{a+\sqrt a+1}}+\sqrt a=\sqrt{\left(\sqrt a-1\right)^2}+\sqrt a=\left|\sqrt a-1\right|+\sqrt a.$

Якщо $a=0{,}97$, то $\sqrt a<1$ і $\left|\sqrt a-1\right|+\sqrt a=-\left(\sqrt a-1\right)+\sqrt a=1$.

Відповідь: 1.

3.3. Нехай задане коло O, у якому проведено хорди AB і CD, $AB=24$ см, $CD=32$ см, $EF=4$ см. Проведемо $OE\perp CD$. $AE=EB=12$ (см), $CF=FD=16$ (см). Трикутники OBE і ODF прямокутні, до того ж гіпотенузи $OB=OD=r$. Нехай $OF=x$ см, тоді $OE=EF+x=(4+x)$ см. З прямокутного трикутника OEB за теоремою Піфагора $OB^2=OE^2+BE^2$; $r^2=(4+x)^2+12^2$. Аналогічно $OD^2=OF^2+FD^2$; $r^2=x^2+16^2$. $(4+x)^2+12^2=x^2+16^2$; $16+8x+x^2+144=x^2+256$; $8x=96$; $x=12$.



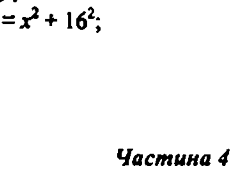
Тоді $r=\sqrt{12^2+16^2}=\sqrt{400}=20$ (см).

Відповідь: 20 см.

Частина 4

4.1. $\dfrac{n^3}{6}+\dfrac{n^2}{2}+\dfrac n3=\dfrac{n^3+3n^2+2n}{6}=\dfrac{n(n^2+3n+2)}{6}=\dfrac{n(n+1)(n+2)}{6}$. Оскільки n — натуральне число, то в чисельнику одержаного виразу міститься добуток трьох послідовних чисел. Отже, одне з них кратне 3, а інше — кратне 2, тобто значення чисельника кратне 6.

4.2. Нехай ABC — заданий трикутник, у якому $AB=15$ см, $AC+BC=27$ (см). Нехай $BC=x$ см, Тоді $AC=(27-x)$ см. За теоремою косинусів $AB^2=$ $=BC^2+AC^2-2BC\cdot AC\cdot\cos C;\ \cos C=\dfrac{BC^2+AC^2-AB^2}{2BC\cdot AC}.$



$P_{\Delta ABC}=\dfrac{AB+BC+AC}{2}=\dfrac{15+27}{2}=21$ (см); $S=pr$, $S=21\cdot4=84$ (см²). За формулою Герона $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{21(21-15)(21-x)(21-(27-x))}=$ $=\sqrt{21\cdot6\,(21-x)(x-6)}=\sqrt{126(27x-x^2-126)}.$ $\sqrt{126(27x-x^2-126)}=84;$ $27x-x^2-126=56;\ x^2-27x+182=0;\ x_1=13$ см, $x_2=14$ (см), якщо ж $BC=13$ см, то $AC=27-13=14$ (см). Якщо $BC=14$ см, то $AC=13$ см. В обох випадках $\cos C=\dfrac{13^2+14^2-15^2}{2\cdot13\cdot14}=\dfrac{169+196-225}{364}=\dfrac{140}{364}=\dfrac{5}{13}.$

Відповідь: $\dfrac{5}{13}$.