ВАРІАНТ №6

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1			X	
1.2				X
1.3			X	
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5				X
1.6			X	
1.7			X	
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9				X
1.10		X		
1.11	X			
1.12		X		

1.3. $-\frac{1}{2}x = 4; x = 4 : \left(-\frac{1}{2}\right); x = -8.$

1.7. $6x < 16 - 2x;\ 6x + 2x < 16;\ 8x < 16;\ x < 2;\ x \in (-\infty; 2).$

1.8. $a_6 = a_1 + 5d;\ 7 = -3 + 5d;\ 5d = 10;\ d = 2.$

1.9. Нехай $MA = 2x$, тоді $AN = 3x$. Рівняння: $2x + 3x = 25;\ 5x = 25;\ x = 5$ (см). Отже, $AN = 3 \cdot 5 = 15$ (см).

1.10. $56^\circ : 2 = 28^\circ;\ 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ.$

1.11. За наслідком з теореми синусів отримаємо: $\frac{a}{\sin 30^\circ} = 2 \cdot 10;\ 2a = 20;$ $a = 10$ (см).

1.12. $\vec{c} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{(-6;3)} + 2\overrightarrow{(-2;0,5)} = \overrightarrow{(2;-1)} + \overrightarrow{(-4;1)} = \overrightarrow{(-2;0)}.$

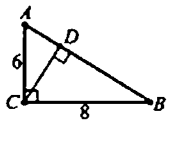
Частина 2

2.1.	−9	2.3.	$\frac{7}{10}$
2.2.	$a = 5;\ c = 3$	2.4.	4,8 см

2.1. $\left(\frac{1}{3}\sqrt{27}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\sqrt{24}\right)^2 = \frac{1}{9} \cdot 27 - \frac{1}{2} \cdot 24 = 3 - 12 = -9.$

2.2. $y = ax^2 - 2x + c.$ $\begin{cases} 6 = a \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + c, \\ 19 = a \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + c; \end{cases}$ $\begin{cases} 8 = a + c, \\ 23 = 4a + c; \end{cases}$ $\begin{cases} 15 = 3a, \\ 23 = 4a + c; \end{cases}$ $\begin{cases} a = 5, \\ c = 3. \end{cases}$

2.3. Число 20 має 14 натуральних чисел, що не є його дільниками (3; 6; 7; 8; 9; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19), а усіх чисел 20, тому шукана ймовірність дорівнює $\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$.



2.4. $AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ (см). $S_{ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 =$ 24 (см^2). У той же час $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot CD =$ $5CD$. Тоді $5CD = 24$; $CD = 4,8$ (см).

Частина 3

3.1. Нехай швидкість поїзда до зупинки x км/год, тоді на $\frac{1}{3} \cdot 300 = 100$ км шляху він потратив $\frac{100}{x}$ год. Після зупинки на подолання решти $300 - 100 = 200$ (км) шляху поїзд потратив $\frac{200}{x - 10}$ год. На все поїзд потратив 8 год. Рівняння: $\frac{100}{x} + 1 + \frac{200}{x - 10} = 8;$ $\frac{100(x - 10) + 200x - 7x(x - 10)}{x(x - 10)} = 0;$

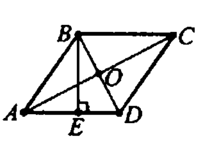
$\frac{-7x^2 + 370x - 1000}{x(x - 10)} = 0;$ $x_1 = 50$, $x_2 = \frac{20}{7} < 10$ — не задовольняє умову задачі, бо тоді поїзд не зуміє зменшити швидкість на 10 км/год.

Відповідь: 50 км/год.

3.2. $\begin{cases} x^2 - 2x - 8 \le 0, \\ x^2 - 4 \ge 0; \end{cases}$ $\begin{cases} (x + 2)(x - 4) \le 0, \\ (x + 2)(x - 2) \ge 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x \in [-2; 4], \\ x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty); \end{cases}$

$x \in \{-2\} \cup [2; 4]$. Знаходимо цілі розв'язки системи $x \in \{-2; 2; 3; 4\}$.

Відповідь: −2; 2; 3; 4.



3.3. Нехай $ABCD$ — ромб, BE — висота, $AE = ED$, AC — діагональ, $AC = 4\sqrt{3}$ см. Розглянемо ΔABD, у якому BE — висота і медіана, тому ΔABD — рівнобедрений, а оскільки $AB = AD$, то й рівносторонній. Тоді $\angle BAD = 60^\circ$, $\angle OAD = 30^\circ$. З ΔAOD: $OD = AO \cdot \mathrm{tg}30^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 2$ (см); $BD = 2 \cdot 2 = 4$ (см).

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4 = 8\sqrt{3}$ (см^2).

Відповідь: $8\sqrt{3}$ см^2.

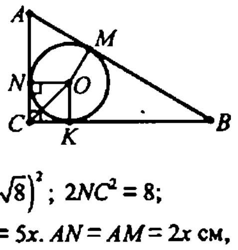
Частина 4

4.1. $4x^4 - 16x^3 + 3x^2 + 4x - 1 = 0; 4x^4 - 16x^3 + 4x^2 - x^2 + 4x - 1 = 0;$

$4x^2(x^2 - 4x + 1) - (x^2 - 4x + 1) = 0; (x^2 - 4x + 1)(4x^2 - 1) = 0;$

$x_1 = -0,5; x_2 = 2 - \sqrt{3}; x_3 = 0,5; x_4 = 2 + \sqrt{3}.$

Відповідь: −0,5; $2 - \sqrt{3}$; 0,5; $2 + \sqrt{3}$.



4.2. Нехай ABC — заданий прямокутний трикутник ($\angle C = 90^\circ$), O — центр вписаного кола, M — точка дотику кола до гіпотенузи AB, $AM : MB = 2 : 3$, $OC = \sqrt{8}$ см. Точки N і K — точки дотику кола до катетів AC і BC. $NOKC$ — квадрат, діагональ якого $OC = \sqrt{8}$ см. Тоді за теоремою Піфагора $NC^2 + ON^2 = \left(\sqrt{8}\right)^2$; $2NC^2 = 8$; $NC = 2$ (см). Нехай $MB = 3x$, тоді $AM = 2x$, $AB = 2x + 3x = 5x$. $AN = AM = 2x$ см, $BK = BM = 3x$ см як відрізки дотичних, проведених з однієї точки. Отже, $AC = AN + NC = (2x + 2)$ см, $BC = BK + KC = (3x + 2)$ см. За теоремою Піфагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$; $(5x)^2 = (2x + 2)^2 + (3x + 2)^2$; $12x^2 - 20x - 8 = 0$;

$3x^2 - 5x - 2 = 0; x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{3}$ — не підходить. Отже, $AC = 2x + 2 = 6$ (см);

$BC = 3x + 2 = 8$ (см); $AB = 5x = 5 \cdot 2 = 10$ (см).

Відповідь: 6 см, 8 см, 10 см.