ВАРІАНТ №7

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1		X		
1.2		X		
1.3				X
1.4			X	

	А	Б	В	Г
1.5	X			
1.6			X	
1.7				X
1.8		X		

	А	Б	В	Г
1.9		X		
1.10	X			
1.11			X	
1.12				X

1.1. 5 дм 7 см – 27 см = 57 см – 27 см = 30 см = 3 дм.

1.2. $1\frac{1^{\backslash 2}}{6}+3\frac{3^{\backslash 3}}{4}=4\frac{2+9}{12}=4\frac{11}{12}$.

1.5. $\frac{3a^9}{b^6}:9a^3b^2=\frac{3a^9}{b^6}\cdot\frac{1}{9a^3b^2}=\frac{a^6}{3b^8}$.

1.8. Ціна товару зросла на: 312 – 260 = 52 (грн), що становить 52 : 260 = 0,2 = 20%.

1.10. $P = 20 + 20 = 40$ (см).

1.11. Нехай сторона квадрата дорівнює x см. Рівняння: $x^2+x^2=\left(3\sqrt{2}\right)^2$;

$2x^2 = 18$; $x^2 = 9$. Площа квадрата дорівнює: $S = x^2 = 9$ (см^2).

1.12. Прямі, задані своїми рівняннями з кутовими коефіцієнтами, будуть паралельними або збігатимуться, якщо їхні кутові коефіцієнти рівні. У варіантах відповідей прямих, які паралельні заданій прямій і не збігаються з нею, є пряма Г) $0,5x - y + 2 = 0$; $y = 0,5x + 2$.

Частина 2

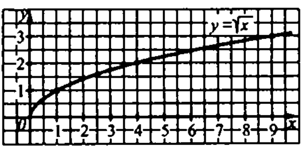
2.1.	3
2.2.	[0; 9)

2.3.	$\frac{1}{4}$
2.4.	$\sqrt{10}$ см

2.1. $\frac{1}{x}+\frac{10}{x^2+5x}=\frac{3+x}{x+5}$; $\frac{x+5+10-x(x+3)}{x(x+5)}=0$; $\frac{x^2+2x-15}{x(x+5)}=0$; $\begin{cases}x_1=-5,\ x_2=3,\\ x\neq 0,\ x\neq -5.\end{cases}$ $x=3$.

2.2. Будуємо графік функції $y=\sqrt{x}$ по точках:

$y=\sqrt{x}$				
x	0	1	4	9
y	0	1	2	3



Значення функції $y=\sqrt{x}$ менші за 3 на проміжку [0; 9).

2.3. Нехай q — знаменник прогресії. Отримаємо: $q = b_6 : b_5 = -\frac{8}{4} = -2$.

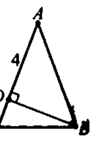
$b_5=b_1\cdot q^4$; $b_1=\frac{b_5}{q^4}=\frac{4}{(-2)^4}=\frac{1}{4}$.

2.4. $AC = AB = 4 + 1 = 5$ (см). З ΔABD ($\angle D = 90°$):

$DB=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{25-16}=3$ (см). З ΔBCD ($\angle D = 90°$):

$CB=\sqrt{CD^2+DB^2}=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$ (см).

Відповідь: $\sqrt{10}$ см.



Частина 3

3.1. Нехай перший робітник виконує всю роботу самостійно за x год, а другий за y год. Тоді перший виконає третину роботи за $\frac{x}{3}$ год, а другий четверту частину за $\frac{y}{4}$ год. За умовою $\frac{x}{3}-5=\frac{y}{4}$. Працюючи разом робітники виконують за годину $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$ частину роботи. За умовою разом вони виконують роботу за 8 год, тому: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{8}$. Система:

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{8},\\ \frac{x}{3}-5=\frac{y}{4};\end{cases}\begin{cases}8x+8y=xy,\\ x=\frac{3y}{4}+15;\end{cases}\begin{cases}8\left(\frac{3y}{4}+15\right)+8y=\left(\frac{3y}{4}+15\right)y,\\ x=\frac{3y}{4}+15;\end{cases}$$

$$\begin{cases}8(3y+60)+32y=(3y+60)y,\\ x=\frac{3y}{4}+15;\end{cases}\begin{cases}3y^2+4y-480=0,\\ x=\frac{3y}{4}+15;\end{cases}\begin{cases}y_1=-\frac{40}{3},\\ x_1=5;\end{cases}\text{ або }\begin{cases}y_2=12,\\ x_2=24.\end{cases}$$

Пара x_1, y_1 не задовольняє умову задачі. Отже, перший робітник виконає роботу самостійно за 24 год, а другий за 12 год.

Відповідь: 24 год і 12 год.

3.2. Абсциса вершини параболи дорівнює 1, тому: $\frac{-b}{2a}=1; b=-2a$. Точка $B(0; 7)$ належить параболі, тому $7=a\cdot 0^2+b\cdot 0+c; c=7$. Рівняння параболи $y = ax^2 + bx + c$ набере вигляду: $y = ax^2 - 2ax + 7$. Точка $A(1; 5)$ належить параболі, тому $5=a\cdot 1^2-2a\cdot 1+7; a=2$. Отже, $a = 2$, $b=-2\cdot 2=-4$, $c = 7$.

Відповідь: $a=2; b=-4; c=7$.

3.3. Знайдемо координати векторів $\overline{MK}$ і $\overline{ML}$: $\overline{MK}=\overline{(-4-3;16-(-5))}=\overline{(-7;21)}$, $\overline{ML}=\overline{(6-3;-4-(-5))}=\overline{(3;1)}$. Тоді $\overline{MK}\cdot\overline{ML}=-7\cdot 3+21\cdot 1=0$, тобто $\overline{MK}\perp\overline{ML}$ і трикутник KML — прямокутний ($\angle M = 90°$).

Оскільки ΔKML — прямокутний, то центр описаного кола збігається із серединою гіпотенузи KL. Координати центра кола: $x_0=\frac{x_K+x_L}{2}=\frac{-4+6}{2}=1$,

$y_0=\frac{y_K+y_L}{2}=\frac{16+(-4)}{2}=6$. Отже, координати центра кола $O(1; 6)$. Радіус:

$R=\frac{1}{2}KL=\frac{1}{2}\sqrt{(6-(-4))^2+(-4-16)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{100+400}=\frac{1}{2}\sqrt{500}=5\sqrt{5}$ (см).

Отже, рівняння кола: $(x-1)^2+(y-6)^2=\left(5\sqrt{5}\right)^2$; $(x-1)^2+(y-6)^2=125$.

Відповідь: $(x-1)^2+(y-6)^2=125$.

Частина 4

4.1. $\frac{a^2-1}{ax-1}+\frac{a-x}{a}=1$; $\frac{a\left(a^2-1\right)+(ax-1)(a-x)-a(ax-1)}{a(ax-1)}=0$;

$\frac{a^3-a+a^2x-ax^2-a+x-a^2x+a}{a(ax-1)}=0$; $\frac{-ax^2+a^3+x-a}{a(ax-1)}=0$; $\frac{-a\left(x^2-a^2\right)+(x-a)}{a(ax-1)}=0$;

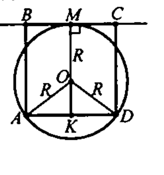
$\frac{(x-a)(-a(x+a)+1)}{a(ax-1)}=0$; $\frac{-a(x-a)\left(x+a-\frac{1}{a}\right)}{a^2\left(x-\frac{1}{a}\right)}=0$; $\frac{(x-a)\left(x+a-\frac{1}{a}\right)}{a\left(x-\frac{1}{a}\right)}=0$.

1) Дослідимо випадок, коли $x-a=x-\frac{1}{a}$; $a=\frac{1}{a}$; $a^2=1$; $a=\pm 1$. Отримаємо:

$a=1$; $\frac{-(x-1)(x+1-1)}{1\cdot(x-1)}=0$; $x=0$; $a=-1$; $\frac{(x+1)(x-1+1)}{1\cdot(x+1)}=0$; $x=0$. Отже, при $a=\pm 1$ $x=0$;

2) Нехай другий множник чисельника дорівнює знаменнику, тоді маємо: $x+a-\frac{1}{a}=x-\frac{1}{a}$; $a=0$, що неможливо; 3) Якщо $a = 0$, то рівняння немає змісту; 4) у всіх інших випадках маємо: $\left[\begin{array}{l}x-a=0,\\ x+a-\frac{1}{a}=0;\end{array}\right.\left[\begin{array}{l}x_1=a,\\ x_2=-a+\frac{1}{a}.\end{array}\right.$

Відповідь: Якщо $a\in(-\infty;-1)\cup(-1;0)\cup(0;1)\cup(1;+\infty)$ то $x_1=a, x_2=-a+\frac{1}{a}$; якщо $a=\pm 1$, то $x = 0$; якщо $a=0$, то рівняння коренів не має.



4.2. Нехай $ABCD$ — заданий квадрат, O — центр кола радіуса R, до того ж точки A і D належать колу, а BC — дотична до кола. Позначимо сторону квадрата через a. У рівнобедреному трикутнику AOD ($AO = OD$) проведемо висоту $OK = MK - MO = a - R$. З ΔAKO ($\angle K = 90°$) за теоремою Піфагора: $AO^2 = AK^2 + OK^2$; $R^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+(a-R)^2$;

$R^2=\frac{a^2}{4}+a^2-2aR+R^2$; $\frac{5}{4}a^2-2aR=0$; $a\left(\frac{5}{4}a-2R\right)=0$; $a = 0$ — не підходить, $\frac{5}{4}a-2R=0$; $a=\frac{8R}{5}$. Отже, $S_{ABCD}=a^2=\left(\frac{8R}{5}\right)^2=\frac{64}{25}R^2$. *В-дь:* $\frac{64}{25}R^2$.