ВАРІАНТ №9

Частина 1

	А	Б	В	Г
1.1				X
1.2		X		
1.3				X
1.4		X		

	А	Б	В	Г
1.5		X		
1.6			X	
1.7				X
1.8			X	

	А	Б	В	Г
1.9			X	
1.10				X
1.11		X		
1.12				X

1.2. $385 - 154 = 231$ (с) — залишилося прочитати; $231 : 385 = 0,6 = 60\%$.

1.4. $(3 + x)(x - 3) - (6 + x^2) = (x + 3)(x - 3) - (6 + x^2) = x^2 - 9 - 6 - x^2 = -15$.

1.5. $\sqrt{63} = \sqrt{9 \cdot 7} = 3\sqrt{7}$.

1.6. $\left(-1\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{5}\right)^{2} = \frac{9}{25}$.

1.7. $350 - 300 = 50$ (б.) — кількість виграшних білетів; $p = 50 : 350 = \frac{1}{7}$ — шукана ймовірність.

1.8. $9x^2 - 6x + 1 > 0$; $(3x - 1)^2 > 0$; $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; -\infty\right)$.

1.9. $AB = BC : \sin\angle A = 16 : \sin\angle 30^\circ = 16 : \frac{1}{2} = 32$ (см).

1.10. $a = \sqrt{(10:2)^2 + (24:2)^2} = \sqrt{25 + 144} = 13$ (см); $P = 13 \cdot 4 = 52$ (см).

1.12. $r = 14 : 2 = 7$ (см); $l = 2\pi \cdot 7 = 14\pi$ (см).

Частина 2

2.1.	-2
2.2.	$(-8; 16]$

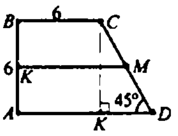
2.3.	$(-\infty; 8]$
2.4.	9 см

2.1. $\frac{a^2-9}{6a} \cdot \left(\frac{a-3}{a+3} - \frac{a+3}{a-3}\right) = \frac{a^2-9}{6a} \cdot \frac{a^2-6a+9-a^2-6a-9}{a^2-9} = \frac{-12a(a^2-9)}{6a(a^2-9)} = -2$.

2.2. $-1 \le 3 - \frac{x}{4} < 5$; $-4 \le 12 - x < 20$; $-16 \le -x < 8$; $-8 < x \le 16$; $x \in (-8; 16]$.

2.3. $y = -x^2 + 2x + 7$. Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вниз. Координати її вершини: $x_в = -\frac{2}{-2} = 1$; $y_в = y(1) = -1 + 2 + 7 = 8$. Область значень функції $y \in (-\infty; 8]$.

2.4. $CK \perp AD$; $AB = BC = 6$ см. ΔCKD прямокутний і рівнобедрений, тому $KD = KC = 6$ (см). Отже, $AD = AK + KD = 6 + 6 = 12$ (см). Тоді $KM = \frac{BC + AD}{2} = \frac{6 + 12}{2} = 9$ (см).



Частина 3

3.1. Нехай $\overline{ab}$ — шукане число, тоді $10a + b = 3(a + b)$ і $10a + b = 10b + a - 45$. Система: $\begin{cases} 10a + b = 3(a + b), \\ 10a + b = 10b + a - 45; \end{cases}$ $\begin{cases} 7a = 2b, \\ 9a = 9b - 45; \end{cases}$ $\begin{cases} 7a = 2b, \\ a = b - 5; \end{cases}$ $\begin{cases} 7(b-5) = 2b, \\ a = b - 5; \end{cases}$ $\begin{cases} b = 7, \\ a = 2. \end{cases}$ Отже, шукане число 27.

Відповідь: 27.

3.2. Спростимо даний вираз: $\left(\frac{3a+2}{3a^2+1} - \frac{18a^3-a-9}{9a^4-1} + \frac{3a-2}{3a^2-1}\right) : \frac{a^2+10a+25}{9a^4-1} =$

$= \frac{(3a+2)(3a^2-1) - (18a^3-a-9) + (3a-2)(3a^2+1)}{9a^4-1} \cdot \frac{9a^4-1}{a^2+10a+25} =$

$= \frac{9a^3 - 3a + 6a^2 - 2 - 18a^3 + a + 9 + 9a^3 + 3a - 6a^2 - 2}{(a+5)^2} = \frac{a+5}{(a+5)^2} = \frac{1}{a+5}$. Для $a < -5$ отримаємо: $a + 5 < 0$ і $\frac{1}{a+5} < 0$, що й потрібно було довести.

3.3. $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{b} - 2|\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - 2|\vec{b}|^2 = 2^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - 2 \cdot 3^2 = \vec{a} \cdot \vec{b} - 14$. Тоді $\vec{a} \cdot \vec{b} - 14 = -17$; $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$. Отже, $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3}{2 \cdot 3} = -\frac{1}{2}$, звідки $\angle(\vec{a}; \vec{b}) = 120^\circ$.

Відповідь: 120°.

Частина 4

4.1. $\frac{6}{(x+1)(x+2)} + \frac{8}{(x-1)(x+4)} = 1; \frac{6}{x^2+3x+2} + \frac{8}{x^2+3x-4} = 1$. Нехай $t = x^2 + 3x + 2$, тоді $\frac{6}{t} + \frac{8}{t-6} = 1; \frac{6(t-6) + 8t - t(t-6)}{t(t-6)} = 0; \frac{6t - 36 + 8t - t^2 + 6t}{t(t-6)} = 0;$

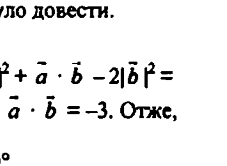
$\frac{-t^2 + 20t - 36}{t(t-6)} = 0; t_1 = 18, t_2 = 2$. Погодивши отримані значення з ОДЗ маємо:

1) $18 = x^2 + 3x + 2; x^2 + 3x - 16 = 0; x_1 = \frac{-3-\sqrt{73}}{2}, x_2 = \frac{-3+\sqrt{73}}{2}$;

2) $2 = x^2 + 3x + 2; x^2 + 3x = 0; x_3 = 0, x_4 = -3$.

Відповідь: $\frac{-3-\sqrt{73}}{2}; -3; 0; \frac{-3+\sqrt{73}}{2}$.

4.2. Нехай ABC — заданий трикутник, у якому $AB = 13$ см, $AC = 14$ см, $BC = 15$ см, O — центр вписаного півкола, $O \in AC$. Позначимо радіус півкола через r, тоді $OK = OM = r$. $S_{ABC} = S_{AOB} + S_{COB} = \frac{1}{2} r \cdot AB + \frac{1}{2} r \cdot BC = \frac{1}{2} r(AB + BC)$, звідки



$r = \frac{2S_{ABC}}{AB + BC} = \frac{2S_{ABC}}{13 + 15} = \frac{S_{ABC}}{14}$. У той же час, площу трикутника можна обчислити за формулою Герона: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, де півпериметр $p = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$ (см). Отже, площа трикутника ABC: $S = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = 84$ (см²). Тоді $r = \frac{84}{14} = 6$ (см). Довжина півкола: $l = \pi r = 6\pi$ (см).

Відповідь: 6π см.