

Задача:

Доказать, что в круг радиуса 1 нельзя поместить без наложений два треугольника, площадь каждого из которых больше 1.

Доказательство

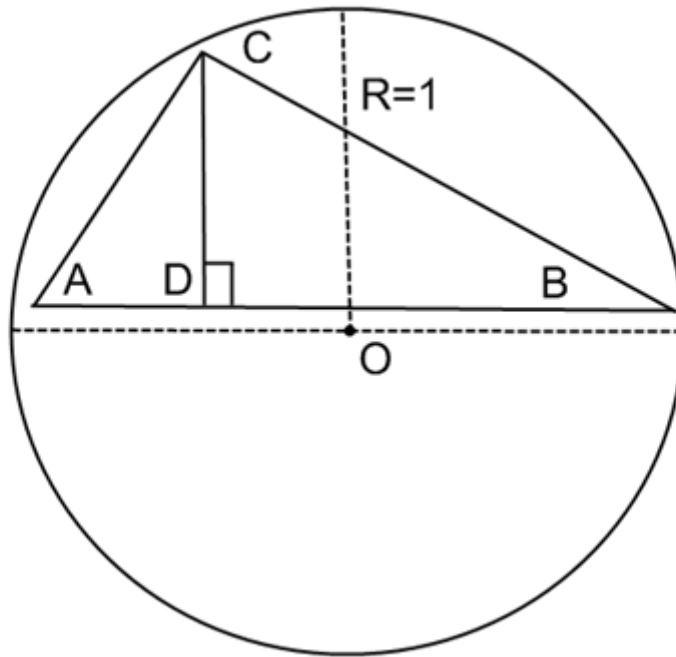
Докажем, что треугольник, площадь которого больше 1, обязательно содержит центр окружности, то есть центр окружности расположен внутри такого треугольника.

Метод от противного.

ПРЕДПОЛОЖИМ, что центр окружности не лежит внутри треугольника.

Тогда можно провести диаметр окружности, такой, что весь треугольник расположен в одной части окружности, и одна из сторон треугольника параллельна диаметру окружности.

На рисунке это сторона АВ.



Тогда сторона $AB \leq 2R$, $R=1$, тогда $AB \leq 2$, а высота к ней проведенная - CD , не больше 1, так как высота меньше радиуса. **$CD \leq 1$, так как $CD \leq R$.**

Получили, $S = \frac{1}{2} AB \cdot CD \leq \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$.

Вывод: площадь треугольника, не содержащего центр окружности и находящегося внутри окружности, не более 1.

Значит, чтобы площадь треугольника была больше 1, необходимо, чтобы центр окружности лежал внутри треугольника.

Отсюда следует, что два таких треугольника в окружности разместить нельзя, иначе они будут иметь наложение, что противоречит условию задачи.

Сайт: TUTOR-РЕПЕТИТОР <http://lyudmilanik.com.ua>