

3.2 Дано: $a; b; c$ — последовательные члены арифметической последовательности

Доказать: $(a+2b)^2 = 8ab+c^2$.

Доказательство.

По свойству последовательных членов арифметической прогрессии:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, \text{ тогда } b = \frac{a+c}{2}.$$

Рассмотрим левую часть равенства:

$$(a+2b)^2 = \left(a + 2 \cdot \frac{a+c}{2}\right)^2 = (a+a+c)^2 = (2a+c)^2$$

Рассмотрим правую часть равенства:

$$8ab+c^2 = 8a \cdot \frac{a+c}{2} + c^2 = 4a \cdot (a+c) + c^2 = 4a^2 + 4ac + c^2 = (2a+c)^2.$$

Получили: $(2a+c)^2 = (2a+c)^2$, то есть

$$(a+2b)^2 = 8ab+c^2.$$

Доказано.

3.3